

### 3ο Εργαστήριο Αριθμητικής Ανάλυσης

- Κατεβάστε το πρόγραμμα `bisect.m` που βρίσκεται στην ιστοσελίδα του μαθήματος. Θεωρείστε τη συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 2x - 5$  και βρείτε τις τιμές  $f(2)$ ,  $f(3)$ . Εφαρμόστε τη μέθοδο της διχοτόμησης στο  $[2, 3]$  για να βρείτε μια ρίζα της  $f(x) = 0$ , με κριτήριο τερματισμού ότι το μήκος του διαστήματος  $\delta \leq \epsilon$ . Τρέξτε το πρόγραμμα με διαφορετικά  $\epsilon = 10^{-2}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-6}$ ,  $10^{-8}$ . Τυπώστε τις διαδοχικές προσεγγίσεις της ρίζας  $x^*$ .
- Κατεβάστε το πρόγραμμα `fixed.m` που βρίσκεται στην ιστοσελίδα του μαθήματος. Βρείτε το σταθερό σημείο  $x^*$  της  $\phi(x) = 2^{-x}$  στο  $[0, 1]$ . Θέστε ως κριτήριο τερματισμού ότι η απόσταση δύο διαδοχικών όρων είναι  $\epsilon$ . Υπολογίστε το σταθερό σημείο με ακρίβεια  $\epsilon = 10^{-10}$ ,  $10^{-12}$ ,  $10^{-13}$ . Ξεκινήστε την επαναληπτική διαδικασία με  $x_0 = 0, 1, \frac{1}{2}, 0.64$ .
- Βρείτε τη ρίζα της  $f(x) = x^3 - 2x - 5$  με το να βρείτε το σταθερό σημείο μιας συνάρτησης  $\phi(x)$ . Πειραματιστείτε με τις  $\phi_1(x) = \frac{x^3 - 5}{2}$ ,  $\phi_2(x) = \frac{x^3 - (2 - \lambda)x - 5}{\lambda}$ , με  $\lambda = 1, -1, -20$ , και  $x_0 = 3$ .
- Επαναλάβετε το παραπάνω για  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$ ,  $\phi_1(x) = x - x^3 - 4x^2 + 10$ ,  $\phi_2(x) = \sqrt{\frac{10}{x}} - 4x$ ,  $\phi_3(x) = \frac{1}{2}\sqrt{10 - x^3}$ ,  $\phi_4(x) = \sqrt{\frac{10}{4 + x}}$ ,  $\phi_5(x) = x - \frac{x^3 + 4x^2 - 10}{3x^2 + 8x}$ , με  $x_0 = 1.5$ .