

ΠΡΟΟΔΟΣ
ΜΑΘ 231 – ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΑΝΑΛΥΣΗ
ΘΕΜΑΤΑ Α

1. Έστω $A = \begin{pmatrix} a & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Για ποιά a , ολοκληρώνεται ο αλγόριθμος Cholesky;

2. Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-5}, & x \geq 5 \\ -\sqrt{-(x-5)}, & x < 5. \end{cases}$$

Αποδείξτε ότι για κάθε $x_0 \neq 5$, η μέθοδος του Νεύτωνα δεν συγκλίνει στην ρίζα $x^* = 5$. Δείξτε ότι η μέθοδος της διχοτόμησης για κατάλληλη επιλογή του αρχικού διαστήματος εφαρμογής της, συγκλίνει σε ένα μόνο βήμα.

3. Έστω $g(x) = 2x - 2x^2$.
- α. Δείξτε ότι αν η μέθοδος σταθερού σημείου συγκλίνει σε ένα μη μηδενικό αριθμό p , τότε $p = 1/2$.
 - β. Βρείτε ένα διάστημα γύρω από το $1/2$ για το οποίο η μέθοδος σταθερού σημείου συγκλίνει για κάθε p_0 σε αυτό το διάστημα.

Ηράκλειο, 5 Απριλίου 2013.
Καλή επιτυχία.