

ΠΡΟΟΔΟΣ 2
ΜΑΘ 231 – ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΑΝΑΛΥΣΗ
ΘΕΜΑΤΑ Β

1. Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ αντιστρέψιμος και $\|\cdot\|$ μια νόρμα διανυσμάτων στον \mathbb{R}^n , τέτοια ώστε $\|Ax\| = \|x\|$. Αποδείξτε ότι ο δείκτης κατάστασης του A ως προς αυτή τη νόρμα είναι μονάδα.
2. Έστω η συνάρτηση $f(x) = e^x$, $x \in [0, 1]$. Αν $q \in \mathbb{P}_2$, τέτοιο ώστε $q(0) = f(0)$, $q'(1) = f'(1)$ και $q(1) = f(1)$. Κατασκευάστε το q , δείξτε ότι είναι μοναδικό καθώς και ότι για κάθε $x \in [0, 1]$ υπάρχει $\xi \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε

$$f(x) - q(x) = \frac{1}{6}x(x-1)^2 e^\xi.$$

3. Αν $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 \in [0, 4]$, τα σημεία $x_i = i$, $i = 0, \dots, 4$ και $f(x) = e^x$. Βρείτε το πολυώνυμο παρεμβολής της f σε μορφή Νευτωνα, ως προς τα σημεία x_i , $i = 0, \dots, 3$. Στη συνέχεια, (λόγω της μορφής του πολυωνύμου σε μορφή Νεύτωνα), βρείτε το πολυώνυμο παρεμβολής ως προς τα σημεία x_i , $i = 0, \dots, 4$, χωρίς να κάνετε όλες τις πράξεις από την αρχή.

Ηράκλειο, 21 Μαΐου 2013.

Καλή επιτυχία.