

## Εργαστήριο 5. Αριθμητική Επίλυση ΜΔΕ

### 1ο μέρος

Τροποποιήστε κατάλληλα τα προγράμματα του προηγούμενου εργαστηρίου ώστε να προσεγγίσετε τη λύση  $u$  του προβλήματος  $-u'' + pu' + qu = f$  στο  $[a, b]$ ,  $u(a) = c$ ,  $u(b) = d$ . Εφαρμόστε για το πρόβλημα  $-\epsilon u''(x) + x^2 u'(x) + u(x) = 0$  στο  $[0, 1]$ ,  $u(0) = 1$ ,  $u(1) = 1$ , με  $\epsilon = 10^{-2}$ . Λύστε τη διαφορική εξίσωση με  $N = 10, 20, 120$ .

### 2ο μέρος

Έστω  $u$  η λύση του προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t), (x, t) \in [a, b] \times [0, T],$$

$$u(a, t) = u(b, t) = 0, \quad t \in [0, T],$$

$$u(x, 0) = g(x), \quad x \in [a, b].$$

- (1) Γράψτε μια συνάρτηση η οποία να υλοποιεί την άμεση μέθοδο του Euler. Ως όρισμα να δέχεται τα άκρα ενός διαστήματος  $[a, b]$ , δύο πραγματικούς αριθμούς  $T \geq t > 0$ , δύο φυσικούς αριθμούς  $N, M$  και να επιστρέφει ως αποτέλεσμα δύο διάνυσματα  $N + 2$ -θέσεων, το ένα να περιέχει τα σημεία ενός ομοιόμορφου διαμερισμού με βήμα  $(b - a)/(N + 1)$  και το δεύτερο τη λύση στο χρόνο  $t$ .
- (2) Θεωρούμε στο διάστημα  $[0, 1]$ ,  $g(x) = \sin(2\pi x)$ . Η ακριβής λύση αυτού του προβλήματος είναι  $u(x, t) = e^{-4\pi^2 t} \sin(2\pi x)$ . Θέλουμε να βρούμε τη λύση αν  $T = 0.1$ , με  $M = 5, 10, 20, 90$ ,  $N = 20$ , στο χρόνο  $t = 0.02$ . Σχεδιάστε την ακριβή λύση και τις τέσσερις προσεγγιστικές λύσεις στο χρόνο  $t = 0.02$ . Επαναλάβεται για  $t = 0.04$  και  $t = 0.1$ . Βρείτε το λόγο  $\lambda = k/h^2$  στις παραπάνω περιπτώσεις.