

Φυλλάδιο - 2
Στοιχεία Μαθηματικής Προσομοίωσης

1. Λύστε τις παρακάτω Δ.Ε. χρησιμοποιώντας τη μέθοδο χωριζομένων μεταβλητών

$$(\alpha') \frac{dy}{dx} = \frac{2x + xy}{y^2 + 1}$$

$$(\beta') \frac{dy}{dx} = \frac{x - 5}{y^2}$$

$$(\gamma') \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{x + 3}$$

$$(\delta') \frac{dy}{dx} = \frac{6x^5 - 2x + 1}{\cos(y) + e^y}$$

$$(\epsilon') \frac{dy}{dx} = 2y^3 + y + 4$$

$$(\zeta') \frac{dx}{dt} + x^2 = x$$

2. Βρείτε τη λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$(\alpha') \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{x + 3}, y(-1) = 0$$

$$(\beta') \frac{dy}{dx} = x^3(1 - y), y(0) = 3$$

$$(\gamma') \frac{dy}{d\theta} = y \sin \theta, y(\pi) = -3$$

$$(\delta') \frac{dy}{dx} = 8x^3 e^{-2y}, y(1) = 0$$

3. Βρείτε τη λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$(\alpha') \frac{dy}{dx} + 2y = 50e^{-10t}, y(0) = 40$$

$$(\beta') \frac{dy}{dx} + y = \sqrt{1 + \cos^2(x)}, y(1) = 4$$

$$(\gamma') \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = xe^x, y(1) = e - 1$$

$$(\delta') \frac{dy}{dx} + \frac{3y}{x} + 2 = 3x, y(1) = 1$$

4. Δείξτε ότι η Δ.Ε. είναι πλήρης και βρείτε τη λύση της

$$(\alpha') (2x^2y) \frac{dy}{dx} + (2xy^2 + 1) = 0$$

$$(\beta') (xe^x + 2) \frac{dy}{dx} - (1 + e^x y + xe^x y) = 0,$$

$$(\gamma') (x^3 \cos(y)) \frac{dy}{dx} + 1 + 3x^2 \sin(y) = 0$$

5. Δείξτε ότι η Δ.Ε. είναι ομογενής και βρείτε τη λύση της

$$(\alpha') (xy - x^3y^{-1})\frac{dy}{dx} + (3x^2 - y^2) = 0$$

$$(\beta') (2xy)\frac{dy}{dx} + (x^2 + y^2) = 0,$$

$$(\gamma') (x^2)\frac{dy}{dx} + y^2 - xy = 0$$

6. Δείξτε ότι η Δ.Ε. είναι Bernoulli και βρείτε τη λύση της

$$(\alpha') \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2y^2$$

$$(\beta') \frac{dy}{dx} - y = e^{2x}y^3,$$

$$(\gamma') \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} - x^2y^2$$