

Φυλλάδιο - 6
Στοιχεία Μαθηματικής Προσομοίωσης

1. Καθορίστε αν τα παρακάτω διανύσματα είναι γραμμικώς ανεξάρτητα ή γραμμικώς εξαρτημένα.

$$(\alpha') \begin{bmatrix} t \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$(\beta') \begin{bmatrix} te^{-t} \\ e^{-t} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{bmatrix}$$

$$(\gamma') \begin{bmatrix} \sin t \\ \cos t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sin 2t \\ \cos 2t \end{bmatrix}$$

2. Βρείτε τη γενική λύση του συστήματος $x'(t) = Ax(t)$, για τον δοσμένο πίνακα A .

$$(\alpha') \begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{4} \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(\beta') \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\gamma') \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Τα παρακάτω διανύσματα είναι λύσεις ενός γραμμικού συστήματος $x'(t) = Ax(t)$. Καθορίστε αν σχηματίζουν θεμελιώδες σύστημα λύσεων. Αν ναι, βρείτε το θεμελιώδη πίνακα του συστήματος και τη γενική λύση.

$$(\alpha') x_1(t) = e^{2t} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, x_2(t) = e^{2t} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$(\beta') x_1(t) = e^{-t} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, x_2(t) = e^{4t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(γ')

$$(\delta') x_1(t) = e^{-t} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2(t) = e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, x_3(t) = e^{3t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$