Πανεπιστήμιο Κρήτης, Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών,
Σχεδίαση και Ανάλυση Αλγοριθμων (ΕΜ 202),
Εαρινό Εξάμηνο 2008 - 2009 (Π. Λεκέας),
Τεστ 2

Ερώτηση 1 (2 μονάδες): **(α, 0.5 μονάδα)** Είναι η ακολουθία $< 23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12 >$ σωρός μεγίστου; **(β, 1.5 μονάδα)** Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης της ταξινόμησης σωρού σε πίνακα A μήκους n ο οποίος είναι ήδη ταξινομημένος κατά αύξουσα σειρά; Το ίδιο ερώτημα εάν ο A είναι ταξινομημένος κατά φθίνουσα σειρά. Αιτιολογείστε.

Απάντηση: **1α)** Όχι, πρόβλημα στον κόμβο 4, **1β)** και στις 2 περιπτώσεις $\Theta(nlgn)$, διότι π.χ. για σωρό μεγίστου και αν η είσοδος σε αύξουσα μορφή, θέλω $\Theta(nlgn)$ για ταξινόμηση και $\Theta(nlgn)$ για αποκατάσταση σωρού, ενώ για είσοδο σε φθίνουσα μορφή, θέλω $\Theta(n)$ για να φτιάξω σωρό αλλά $\Theta(nlgn)$ για ταξινόμηση.

Ερώτηση 2 (3 μονάδες): **(α, 1.5 μονάδα)** Αποδείξτε την ορθότητα της αριθμοτακτικής ταξινόμησης, **(β, 1.5 μονάδα)** Είναι δυνατόν να ταξινομήθούν n ακέραιοι στο διάστημα 0 έως $n^2 - 1$, σε χρόνο $O(n)$, χρησιμοποιώντας Radix-Sort;

Απάντηση: **2α)** Θεωρία, **2β)** Ναι θεωρώντας τους n αριθμούς διψήφιους με βάση το n (δηλ. κάθε ψηφίο μπορεί να είναι αριθμός από το 0 έως το $n - 1$. Ο Radix-sort θα τρέξει 2 φορές σε αυτά τα δύο ψηφία και θα θέλει χρονο $\Theta(2(n + n)) = \Theta(n)$.

Ερώτηση 3 (3 μονάδες): **(α, 1.5 μονάδα)** Ποιό είναι το ελάχιστο δυνατό βάθος ενός καταληκτικού κόμβου σε ένα δένδρο αποφάσεων για έναν αλγόριθμο συγκριτικής ταξινόμησης; **(β, 1.5 μονάδα)** Είναι δυνατό να υπάρξει συγκριτικός αλγόριθμος ο οποίος να ταξινομεί πίνακα 5 στοιχείων μόνο με 6 συγκρίσεις ; Εξηγείστε το συλλογισμό σας.

Απάντηση: **3α)** $n - 1$, **3β)** Όχι, διότι τα φύλλα του δένδρου απόφασης ενός υποτιθέμενου τέτοιου αλγόριθμου είναι 5!, αλλά το δένδρο έχει ύψος 6, άρα αριθμό φύλλων $2^6 = 64 < 120$.

Ερώτηση 4 (2 μονάδες): **(α, 1 μονάδα)** Κατά την εκτέλεση της διαδικασίας ΤΥΧΑΙΟΚΡΑΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (RANDOMIZED QUICKSORT) που είδαμε στο μάθημα, πόσες φορές καλείται η γεννήτρια τυχαίων αριθμών με όνομα ΤΥΧΑΙΑ (RANDOM) στη χειρότερη περιπτωση; Στην καλύτερη περίπτωση; Διατυπώστε την απάντησή σας στο συμβολισμό Θ. **(β, 1 μονάδα)** Στην ανάλυση ενός τυχαιοκρατικού αλγορίθμου ποιά επίδοση ενδιαφέρει πιο πολύ: η επίδοση μέσης περίπτωσης (average case performance); η επίδοση χειρότερης περίπτωσης (worst case performance); ή η επίδοση καλύτερης περίπτωσης (best case performance); Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση: **4α)** και στις δύο περιπτώσεις $\Theta(n)$, **4β)** Θεωρία