ΜΕΜ251 Αριθμητική Ανάλυση
3η εργαστηριακή άσκηση
Παρασκευή 12 Μαΐου, 13:15 - 14:00

Μιχάλης Πλεξουσάκης
Τμήμα Μαθηματικών & Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Γράψτε ένα πρόγραμμα Python το οποίο επιλύει τα παρακάτω προβλήματα. Να συμπεριλάβετε το ονοματεπώνυμο και τον αριθμό μητρώου σας σε σχόλιο στην αρχή του προγράμματος.

1. Έστω $f(x) = 1/(1 + x^2)$. Βρείτε το πολυώνυμο Lagrange το οποίο παρεμβάλλεται στη συνάρτηση f στα σημεία $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ και χρησιμοποιήστε το για να προσεγγίσετε την τιμή $f(3/2)$. Ποιό είναι το απόλυτο σφάλμα; Κάντε το ίδιο όταν η παρεμβολή γίνεται με φυσικές κυβικές splines.

2. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθεία γραμμή. Η απόστασή του από το σημείο εκκίνησης (σε μέτρα) σε διάφορες χρονικές στιγμές φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

χρόνος (sec)	0	3	5	8	13
απόσταση (m)	0	68.58	117.35	189.89	284.38

   (a) Χρησιμοποιήστε φυσικές κυβικές splines για να εκτιμήσετε την απόσταση του αυτοκινήτου στον χρόνο $t = 10$ sec.

   (b) Χρησιμοποιείστε κυβικές splines με συνοριακές συνθήκες τύπου `clamped` για να υπολογίσετε τη θέση του αυτοκινήτου και την ταχύτητά του στον χρόνο $t = 10$ sec. Υποθέστε ότι η ταχύτητα του αυτοκινήτου στην αρχή και στο τέλος της διαδρομής ήταν 22.86 m/sec και 22 m/sec, αντίστοιχα.

   Θυμηθείτε: αν `cs = CubicSpline(x, y, ...)` τότε `cs(z)` δίνει τις τιμές της κυβικής spline στις συνιστώσες του διανύσματος `z`, και `cs(z, 1)` δίνει τις τιμές της παραγώγου της κυβικής spline στις συνιστώσες του διανύσματοε `z`.

   (c) Βρείτε την πρώτη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του αυτοκινήτου ξεπέρασε τα 90 km/h. Ποιά ήταν η μέγιστη ταχύτητα του αυτοκινήτου (σε km/h);

   Υπόδειξη: Υπολογίστε την κυβική spline σε 52 σημεία (1/4 του δευτερολέπτου) στο διάστημα $[0, 13]$. Προσοχή στις συνοριακές συνθήκες.

Διάρκεια εξέτασης 45 λεπτά. Καλή επιτυχία!.