# ΜΕΜ251 Αριθμητική Ανάλυση
# 4η εργαστηριακή άσκηση
# Τετάρτη 14 Ιουνίου, 12:15 - 13:00

Μιχάλης Πλεξουσάκης
Τμήμα Μαθηματικών & Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Γράψτε <u>ένα</u> πρόγραμμα Python το οποίο επιλύει τα παρακάτω προβλήματα. Να συμπεριλάβετε το ονοματεπώνυμο και τον αριθμό μητρώου σας σε σχόλιο στην αρχή του προγράμματος.

1. θεωρήστε το σύστημα εξισώσεων

$$\begin{aligned} 10x_1 + 5x_2 &= 6, \\ 5x_1 + 10x_2 - 4x_3 &= 25, \\ -4x_2 + 8x_3 - x_4 &= -11, \\ -x_3 + 5x_4 &= -11 \end{aligned}$$

   Λύστε αυτό το σύστημα εξισώσεων με χρήση της ανάλυσης LU και τη μέθοδο των Gauss–Seidel. Σταματήστε όταν δύο διαδοχικές επαναλήψεις διαφέρουν (στη νόρμα $\|\cdot\|_2$) λιγότερο από $0.5 \times 10^{-6}$. Έστω $G$ ο πίνακας επανάληψης της μεθόδου των Gauss–Seidel. Τότε:

   (a) τυπώστε τις ποσότητες $\|G\|_1$ και $\|G\|_\infty$, χρησιμοποιώντας τους κωδικούς μορφοποίησης `'{0:.6f} {1:.6f}'`.

   (b) τυπώστε τη φασματική ακτίνα του $G$, με τον κωδικό μορφοποίησης `'{0:.6f}'`.

   (c) τυπώστε τον αριθμό των επαναλήψεων που χρειάστηκαν, τις συνιστώσες $x_2$ και $x_3$ της λύσης, με τους κωδικούς μορφοποίησης `'{0:4d} {1:.6f} {2:.6f}'`.

2. Θεωρήστε το σύστημα εξισώσεων $Ax = b$, όπου $A \in \mathbb{R}^{80\times 80}$ και $b \in \mathbb{R}^{80}$, με $b = (3, 3, \ldots, 3)^T$ και

$$a_{ij} = \begin{cases} 0.25i & j = i-4, \quad i = 5, \ldots, 80, \\ 0.5i & j = i-2, \quad i = 3, \ldots, 80, \\ 2i & j = i, \quad\quad\; i = 1, \ldots, 80, \\ 0.5i & j = i+2, \quad i = 1, \ldots, 78, \\ 0.25i & j = i+4, \quad i = 1, \ldots, 76, \end{cases}$$

   μηδέν, διαφορετικά. Λύστε το σύστημα $Ax = b$ με χρήση της ανάλυσης LU και με τη μέθοδο του Jacobi. Σταματήστε τις επαναλήψεις όταν δύο διαδοχικές επαναλήψεις διαφέρουν (στη νόρμα $\|\cdot\|_2$) λιγότερο από $0.5 \times 10^{-6}$. Τυπώστε μόνο τον αριθμό των επαναλήψεων που χρειάστηκαν, την πρώτη και την τελευταία συνιστώσα της λύσης τους συστήματος, με τους κωδικούς μορφοποίησης `'{0:4d} {1:.6f} {2:.6f}'`

**Διάρκεια εξέτασης 45 λεπτά. Καλή επιτυχία!**.