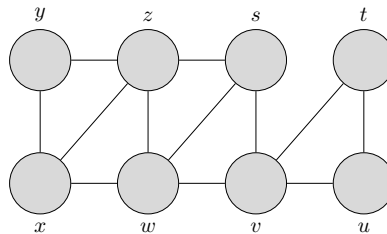


Η διάρκεια της εξέτασης είναι **2 ώρες**. Δικαιολογήστε επαρκώς **όλες** τις απαντήσεις σας. **Καλή επιτυχία!**

- (10.0 μον.)** Θέλετε να ταξινομήσετε έναν πίνακα τα στοιχεία του οποίου είναι ήδη ταξινομημένα σε αύξουσα σειρά, εκτός από ακριβώς ένα. Ποιον αλγόριθμο ταξινόμησης (μεταξύ των quicksort, heapsort, mergesort, insertsort) θα χρησιμοποιούσατε και γιατί.
- (15.0 μον.)** Σχεδιάστε πρόχειρα το δένδρο αναδρομής για τη σχέση $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n$. Πόσα επίπεδα έχει; Μαντέψτε ότι $T(n) = \Theta(n \lg n)$ και χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της αντικατάστασης για να επιβεβαιώσετε την πρόβλεψή σας.
- (15.0 μον.)** Θεωρήστε τον πίνακα [81, 89, 9, 11, 14, 76, 54, 22] και τον αλγόριθμο ταξινόμησης σωρού. Ποιος σωρός μεγίστου αντιστοιχεί σε αυτόν τον πίνακα; Εφαρμόστε ένα βήμα της μεθόδου ταξινόμησης σωρού, εξηγώντας τα βήματα που εκτελείτε.
- (15.0 μον.)** Εκτελέστε τον αλγόριθμο της οριζόντιας διερεύνησης για το γράφημα που φαίνεται παρακάτω. Σημειώστε τις αποστάσεις από τον αφετηριακό κόμβο s σε όλα τα βήματα του αλγόριθμου ως ετικέτες των κόμβων.



- (15.0 μον.)** Το στοιχείο $A[i]$ του πίνακα $A[1..n]$ ονομάζεται *κορυφή* αν $A[i-1] \leq A[i]$ και $A[i] \geq A[i+1]$. Για ευκολία, θα υποθέσουμε ότι $A[0] = -\infty$ και $A[n+1] = -\infty$. Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης του παρακάτω προφανή αλγόριθμου για την εύρεση μιας κορυφής; Εξηγήστε.

ΡΕΑΚ1($A, 1, n$)

```

1  for  $i = 1$  to  $n$ 
2      if  $A[i] \geq A[i-1]$  and  $A[i] \geq A[i+1]$ 
3          return  $i$ 

```

Σκεφτείτε τώρα τον αλγόριθμο

ΡΕΑΚ2(A, i, j)

```

1   $m = \lfloor (i+j)/2 \rfloor$ 
2  if  $A[m] \geq A[m-1]$  and  $A[m] \geq A[m+1]$ 
3      return  $m$ 
4  elseif  $A[m-1] > A[m]$ 
5      return ΡΕΑΚ2( $A, i, m-1$ )
6  elseif  $A[m] < A[m+1]$ 
7      return ΡΕΑΚ2( $A, m+1, j$ )

```

Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης της ΡΕΑΚ2($A, 1, n$); Εξηγήστε.

- (15.0 μον.)** Λύστε τις αναδρομικές σχέσεις (a) $T(n) = T(2n/3) + 1$ (b) $T(n) = 3T(n/4) + n \lg n$, και (c) $T(n) = 2T(n/2) + \sqrt{n}$.
- (15.0 μον.)** Έστω ότι χρησιμοποιούμε λίστες γειτνίασης για να παραστήσουμε το γράφημα $G = (V, E)$. Πόσες πράξεις απαιτούνται για τον υπολογισμό του βαθμού εισόδου ενός κόμβου; Για τον βαθμό εξόδου;