

Ασκήσεις Προετοιμασίας II

Σε κάθε μια από τις ασκήσεις 1-4, για τον κώδικα C με πίνακα κωδικοποίησης G να βρεθούν η ελάχιστη απόσταση του κώδικα, πόσα λάθη ανιχνεύει και πόσα εντοπίζει, αφού πρώτα βρεθούν όλες οι κωδικοποιημένες λέξεις. Επιπλέον, να αποκωδικοποιηθεί η λέξη που δίνεται σε κάθε άσκηση.

1. $C \subseteq \mathbb{F}_3^6$, με

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Να αποκωδικοποιηθεί η λέξη 111020.

2. $C \subseteq \mathbb{F}_3^8$, με

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Να αποκωδικοποιηθεί η λέξη 22101201.

3. $C \subseteq \mathbb{F}_2^6$, με

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Να αποκωδικοποιηθεί η λέξη 111001.

4. $C \subseteq \mathbb{F}_2^7$, με

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Να αποκωδικοποιηθεί η λέξη 1101110.

Στις ασκήσεις 5-8 δίνεται ένας (n, k) -κυκλικός κώδικας $C \subseteq \mathbb{F}_p^n$ που παράγεται από ένα πολυώνυμο βαθμού $n - k$ με ελάχιστη απόσταση $d_{\min}(C)$. Να αποκωδικοποιηθεί η λέξη u :

5. $C \subseteq \mathbb{F}_2^7$, $(7, 4)$ -κώδικας, $X^3 + X + 1$, $d_{\min}(C) = 3$. $u = 0101010$.

6. $C \subseteq \mathbb{F}_2^9$, $(9, 6)$ -κώδικας, $X^6 + X^3 + 1$, $d_{\min}(C) = 3$. $u = 000010010$.

7. $C \subseteq \mathbb{F}_2^6$, $(6, 4)$ -κώδικας, $X^4 + X^2 + 1$, $d_{\min}(C) = 3$. $u = 000101$.

8. $C \subseteq \mathbb{F}_2^6$, $(6, 4)$ -κώδικας, $X^4 + X^3 + X + 1$, $d_{\min}(C) = 4$. $u = 001101$.

9. Να βρεθούν και να παραγοντοποιηθούν σε γινόμενα αναγώνων τα πολυώνυμα της μορφής $X^n - 1$, με $2 \leq n \leq 15$ στα σώματα $\mathbb{F}_p$, με $p = 2, 3, 5, 7$.

Στις ασκήσεις 9-13 να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο $f(X)$ στο $\mathbb{F}_p[X]$, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του Berlekamp:

10. $f(X) = X^4 + 3X^3 + X + 1, p = 5.$

11. $f(X) = X^5 + X^4 + 1, p = 2.$

12. $f(X) = X^4 + 5X^3 + 3X^2 + 5X + 2, p = 7.$

13. $f(X) = X^5 + X^4 + X^3 + X + 2, p = 3.$