Τμημα Μαθηματικων
και Εφαρμοσμενων
Μαθηματικων,
Πανεπιστημιο Κρητης,
Ηρακλειο Κρητης

ΜΕΜ-254 Αριθμητικη Γραμμικη Αλγεβρα
Χειμερινο Εξαμηνο 2016
Εργαστηριο 7
13-12-2016
Η μεθοδος των δυναμεων

1. Εισαγωγή. Έστω $M \in \mathbb{N}$ φυσικός αριθμός και $A \in \mathbb{R}^{M\times M}$ ένας διαγωνοποιήσιμος πίνακας ο οποίος να έχει ιδιοτιμή που να είναι απλή, θετική και κατάπόλυτη τιμή μεγαλύτερη από τις υπόλοιπες.

2. Περιγραφή του αλγορίθμου. Ο αλγόριθμος αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 2.1. Επιλέγουμε αρχική τιμή $z \in \mathbb{R}^M$ τέτοια ώστε $\|z\|_\infty = 1$, π.χ. $z = e^1$. Επίσης επιλέγουμε θετική ανοχή $\varepsilon > 0$, π.χ. $\varepsilon = 10^{-6}$ και θέτουμε $x^{(0)} = z$.

Βήμα 2.2. Για $n \in \mathbb{N}$, υπολογίζουμε τα διανύσματα
$$y = Ax^{(n-1)}, \quad x^{(n)} := \frac{y}{\|y\|_\infty}.$$
Αν $\|x^{(m)} - x^{(m-1)}\|_\infty < \varepsilon$ τότε σταματάμε.

Βήμα 2.3. Όταν τερματίζει ο αλγόριθμος τότε το $\lambda = \|y\|_\infty$ είναι μια προσέγγιση της ιδιοτιμής και το $x^{(m)}$ μια προσέγγιση του αντιστοιχου ιδιοδιανύσματος.

3. Παράδειγμα.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}.$$
Ο A έχει ιδιοτιμές $\lambda \in \{4, -2\}$ και αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα $v^1 = (1, -1)^T$, $v^2 = (1, 1)^T$.

Γ. Ζουράρης