

3. Διάδοση της ηχητικής ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις. Γεωμετρική ακουστική.

Η γεωμετρική ακουστική είναι η μία από τις δύο βασικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη της ακουστικής διάδοσης στη θάλασσα και χρησιμοποιεί την έννοια της ακουστικής ακτίνας για τη μελέτη των προβλημάτων διάδοσης σε ένα ακουστικό μέσο. Η άλλη μέθοδος βασίζεται στην πλήρη κυματική θεωρία και χαρακτηρίζεται ως κυματική ακουστική. Τα προβλήματα ανάκλασης και διάθλασης που εξετάσαμε προηγουμένως εντάσσονται μέσα στα γενικά πλαίσια της γεωμετρικής ακουστικής, σύμφωνα με την οποία παρακολουθείται η ηχητική ενέργεια σημείο προς σημείο καθώς αυτή διαδίδεται σε ένα μέσον και ανακλάται στις διαχωριστικές του επιφάνειες. Είναι μία μέθοδος που συνδυάζει παραστατικότητα και φυσική ερμηνεία σε αντίθεση με την κυματική θεωρία που δεν συνδέει άμεσα το αποτέλεσμα με γεωμετρικές έννοιες. Στα πλαίσια του μαθήματος «Ακουστική Ωκεανογραφία» θα περιοριστούμε στην γεωμετρική ακουστική ενώ στο μάθημα «Κυματική Διάδοση» θα εμβαθύνουμε σε μεθόδους της κυματικής θεώρησης.

3.1 Ηχητικές ακτίνες

Ως ηχητική ακτίνα θα θεωρήσουμε την καμπύλη, σε κάθε σημείο της οποίας ο αριθμός κύματος είναι εφαπτόμενο διάνυσμα. Η ηχητική ακτίνα λοιπόν είναι κάθετη στο μέτωπο κύματος. Η διεύθυνση της ηχητικής ακτίνας ταυτίζεται με τη διεύθυνση του αριθμού κύματος για κάθε μέσον διάδοσης. Όταν ο αριθμός κύματος είναι σταθερός (σταθερή ταχύτητα διάδοσης του ήχου) η ηχητική ακτίνα είναι ευθεία. Όταν όμως η ταχύτητα μεταβάλλεται με την απόσταση, η μεταβολή του μέτρου του αριθμού κύματος σε συνδυασμό με το νόμο του Snell που επιβάλλει σταθερό οριζόντιο αριθμό κύματος, επιβάλλουν την αλλαγή στη διεύθυνση του διανύσματος του αριθμού κύματος και επομένως αλλαγή στη διεύθυνση της ηχητικής ακτίνας. Όταν οι μεταβολές του αριθμού κύματος είναι συνεχείς, το αποτέλεσμα για την ηχητική ακτίνα είναι μία ομαλή καμπύλη στο χώρο.

Θα θεωρήσουμε και σε αυτό το κεφάλαιο, όπως κάναμε και στο προηγούμενο, επίπεδα ακουστικά κύματα. Βέβαια θα πρέπει να τονίσουμε ότι τα επίπεδα κύματα είναι μία απλούστευση της πραγματικής λύσης του προβλήματος ακουστικής διάδοσης στη θάλασσα. Η λύση της ακουστικής εξίσωσης για ένα δεδομένο πρόβλημα όπως αυτό περιγράφεται από τη γεωμετρία, τις παραμέτρους και τις οριακές συνθήκες, δεν δίδεται με τη μορφή επίπεδων ακουστικών κυμάτων και είναι προφανές ότι θα πρέπει να ανατρέξει κανείς σε περισσότερο σύνθετες λύσεις της ακουστικής εξίσωσης. Η έννοια του επίπεδου κύματος ωστόσο παραμένει χρήσιμη και πολλές φορές γίνεται αναγωγή σ' αυτήν για να μελετηθούν πολύπλοκα προβλήματα ακουστικής διάδοσης με απλούς αλλά ταυτόχρονα εποπτικούς τρόπους και γενικά είναι μια καλή προσέγγιση για κύματα που διαδίδονται σε μεγάλη απόσταση από την πηγή.

Σημειώνουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στη θάλασσα μεταβάλλεται κυρίως με το βάθος όπως είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο του βιβλίου και λιγότερο με την οριζόντια απόσταση. Αυτό σημαίνει ότι σε πολλά προβλήματα αρκεί να υπολογίσουμε την διάδοση του ήχου στην θάλασσα όταν τα μεγέθη μεταβάλλονται μόνο με το βάθος (οριζόντια στρωματοποιημένο μέσο) και όχι και με την απόσταση. Αυτή την απλούστευση θα χρησιμοποιήσουμε στην συνέχεια ώστε να γίνουν κατανοητές οι

βασικές έννοιες που μας ενδιαφέρουν. Πιο περίπλοκα περιβάλλοντα αντιμετωπίζονται ερευνητικά και δεν αποτελούν αντικείμενο του παρόντος μαθήματος.

Σε κάθε περίπτωση η γεωμετρική ακουστική είναι χρήσιμη σε προβλήματα που αναζητούνται λύσεις στο πεδίο του χρόνου καθώς είναι εύκολο να ολοκληρώσει κανείς ποσότητες πάνω στις ακτίνες που θεωρούνται ως οδοί διάδοσης της ηχητικής ενέργειας. Ενεργειακά μεγέθη ολοκληρούμενα πάνω στις ακτίνες δίδουν μια προσεγγιστική λύση για το ακουστικό πεδίο σε κάποιο σημείο του ακουστικού μέσου. Δεν θα επεκταθούμε όμως πολύ σ' αυτό το θέμα. Θα δώσουμε ένα απλό τρόπο υπολογισμού ενός διαγράμματος ακτίνων σε ένα μέσο στο οποίο μεταβάλλεται η ταχύτητα διάδοσης συνεχώς με το βάθος (Σχήμα 3.1) και θα ακολουθήσει μία απλουστευμένη θεώρηση του προβλήματος του υπολογισμού της ακουστικής πίεσης σε δεδομένη θέση στη θάλασσα με χρήση της θεωρίας ακτίνων. Θα θεωρήσουμε όπως κάναμε μέχρι τώρα διάδοση σε δύο διαστάσεις. Σημειώνουμε ότι το διάγραμμα μεταβολής της ταχύτητας διάδοσης του ήχου με το βάθος συνθέτει το «προφίλ» της ταχύτητας.

Ο νόμος του Snell ορίζει ότι σε ένα κυματικό μέσον στο οποίο η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι συνάρτηση μιας χωρικής μεταβλητής (ας πούμε z), το ηλίκο $\frac{\sin \theta(z)}{c(z)}$ παραμένει σταθερό και ίσο με a . Η γωνία θ είναι εκείνη που σχηματίζει ο

αριθμός κύματος λαμβανόμενος ως διάνυσμα με τον άξονα των z . Μέχρι τώρα το νόμο τον είδαμε να εφαρμόζεται μόνο στην διαχωριστική επιφάνεια ανάμεσα σε δύο ακουστικά μέσα. Στην περίπτωση μας η γωνία θ μπορεί να θεωρηθεί ως η σχηματιζόμενη από την ηχητική ακτίνα και τον κατακόρυφο άξονα με δεδομένο ότι σε οποιοδήποτε σημείο της ηχητικής ακτίνας ο αριθμός κύματος είναι εφαπτόμενο διάνυσμα.

Για να παρακολουθήσουμε την διαδρομή μιας ηχητικής ακτίνας με το νόμο του Snell, θα θεωρήσουμε ένα στοιχειώδες μήκος ds πάνω στην ακτίνα, που διανύθηκε σε χρόνο dt . (Σχήμα 3.2) Με αναφορά στο σύστημα συντεταγμένων που έχουμε χρησιμοποιήσει, παίρνουμε

$$ds = \frac{dz}{\cos \theta} \quad (3.1.1)$$

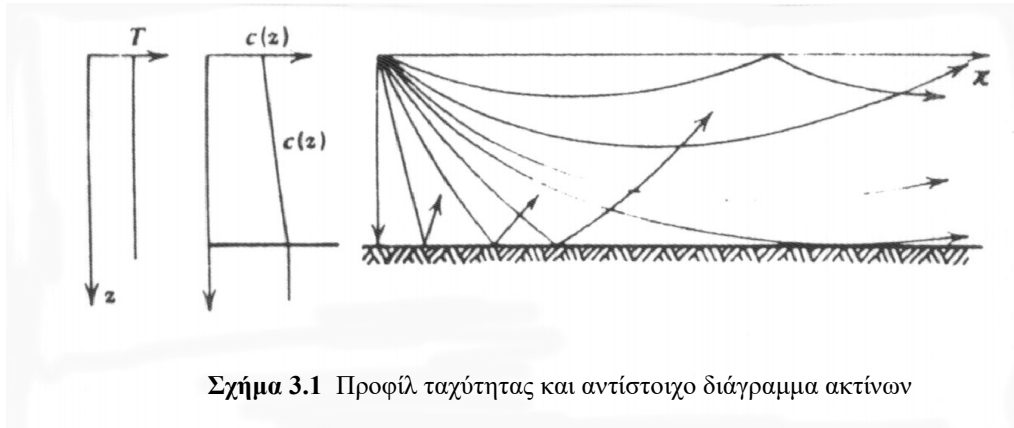
$$dt = \frac{ds}{c(z)} = \frac{dz}{c(z) \cos \theta} \quad (3.1.2)$$

Η οριζόντια απόσταση που διανύθηκε στον ίδιο χρόνο είναι

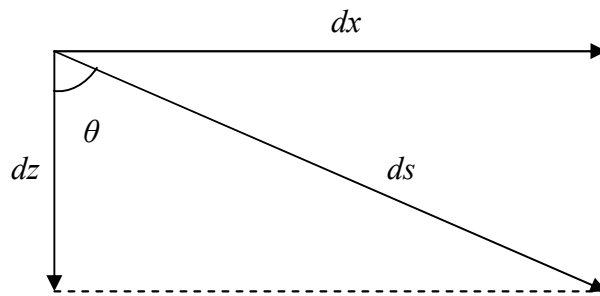
$$dx = \tan \theta dz \quad (3.1.3)$$

Από το νόμο του Snell παίρνουμε

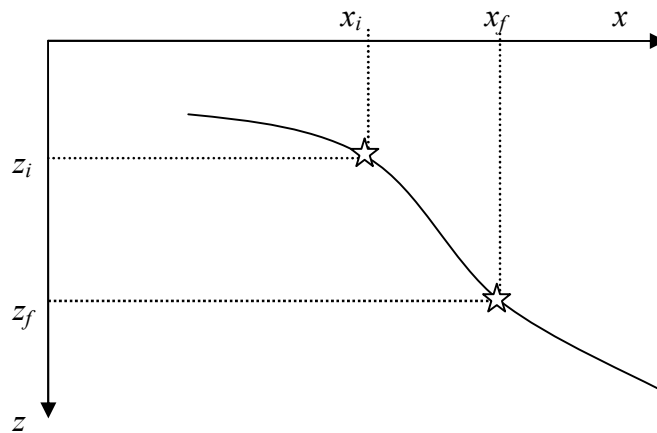
$$\begin{aligned} \sin \theta &= ac(z) \\ \cos \theta &= [1 - a^2 c^2(z)]^{1/2} \\ \tan \theta &= ac(z) / [1 - a^2 c^2(z)]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.1.4)$$



Σχήμα 3.1 Προφίλ ταχύτητας και αντίστοιχο διάγραμμα ακτίνων



Σχήμα 3.2 Στοιχειώδες μήκος σε μία ηχητική ακτίνα



Σχήμα 3.3 Γεωμετρία για τον υπολογισμό συντεταγμένων μιας ηχητικής ακτίνας

Ολοκληρώνοντας ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές t_f και t_i , και θεωρώντας ότι οι αντίστοιχες συντεταγμένες κατά τον άξονα των z είναι z_f και z_i παίρνομε για τις αντίστοιχες οριζόντιες συντεταγμένες (Σχήμα 3.3)

$$x_f - x_i = \int_{x_i}^{x_f} dx = \int_{z_i}^{z_f} \frac{ac(z)dz}{[1 - a^2 c^2(z)]^{1/2}} \quad (3.1.5)$$

Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να παρακολουθήσομε την πορεία μιας ηχητικής ακτίνας. Ξεκινώντας από ένα γνωστό σημείο (x_0, z_0) που συνήθως είναι η θέση της

πηγής, μπορούμε να υπολογίσουμε για δεδομένη γωνία διάδοσης την ηχητική ακτίνα, υπολογίζοντας για κάθε βάθος z την αντίστοιχη οριζόντια απόσταση x που έχει βρεθεί η ακτίνα, για δεδομένη συνάρτηση $c(z)$.

Ο αντίστοιχος χρόνος που έχει περάσει δίδεται από τη σχέση:

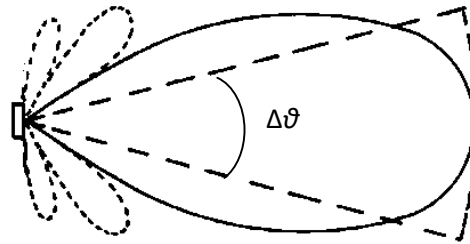
$$t_f - t_i = \int_{t_i}^{t_f} dt = \int_{z_i}^{z_f} \frac{dz}{c(z)[1 - a^2 c^2(z)]^{1/2}} \quad (3.1.6)$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η ηχητική γίνεται οριζόντια σε βάθος z_h για το οποίο ισχύει :

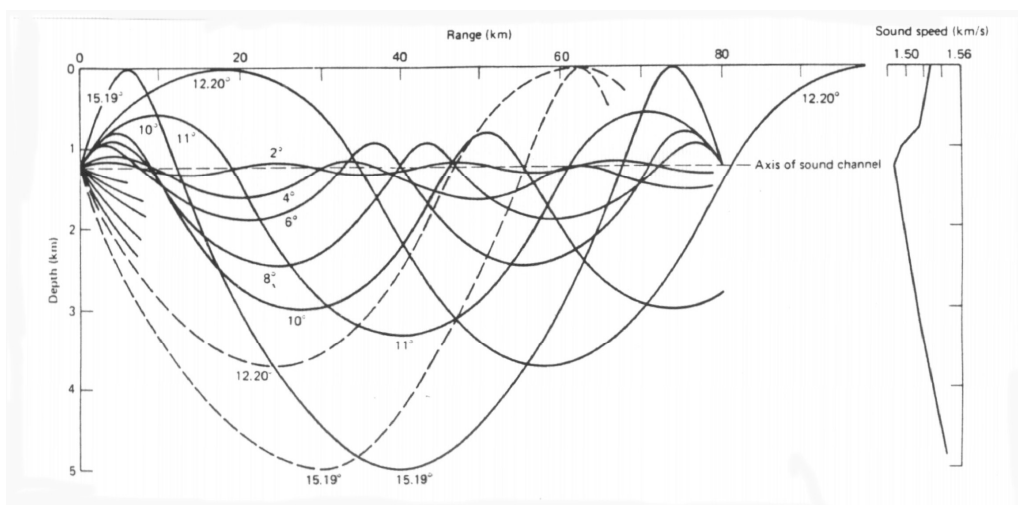
$$c(z_h) = c(z_i) / \sin \theta_i \quad (3.1.7)$$

καθώς στο σημείο οριζοντιοποίησης το ημίτονο της γωνίας που σχηματίζει η εφαπτομένη της ακτίνας με την κατακόρυφο θα πρέπει να είναι 1 ($\sin \theta_h = 1$). Το σημείο αυτό είναι ένα κρίσιμο σημείο του διαγράμματος της ηχητικής ακτίνας. Άλλα κρίσιμα σημεία είναι τα σημεία πρόσπτωσης στην επιφάνεια και τον πυθμένα της θάλασσας. Η ολοκλήρωση πάνω σε μία ηχητική ακτίνα για τον προσδιορισμό των κρίσιμων ακουστικών μεγεθών γίνεται ανάμεσα στα κρίσιμα σημεία. Τα κρίσιμα σημεία είναι επίσης καθοριστικά για τον υπολογισμό της διαδρομής της ηχητικής ακτίνας χρησιμοποιώντας τα ανωτέρω ολοκληρώματα, αλλά και χρησιμοποιώντας τον τρόπο υπολογισμού που θα ακολουθήσει.

Με όσα έχουμε αναφέρει μέχρι τώρα γίνεται σαφές ότι η ηχητική ενέργεια δεν ταξιδεύει σε ένα ακουστικό μέσον σε ευθεία γραμμή εκτός και αν η ταχύτητα διάδοσης του ήχου είναι σταθερή. Σε κάθε άλλη περίπτωση η ηχητική ακτίνα είναι καμπύλη, η εξίσωση της οποίας υπολογίζεται μέσω της σχέσης 3.1.5. Το φαινόμενο είναι πολύ ενδιαφέρον στο νερό, και σε εφαρμογές της ακουστικής ωκεανογραφίας που εκμεταλλεύονται την καμπύλωση της ηχητικής ενέργειας και τις δημιουργούμενες περιοχές μεγάλης ή μικρής συγκέντρωσης ακτίνων ανάλογα με την εφαρμογή. Στο σημείο αυτό να πούμε απλά ότι μεγάλη συγκέντρωση ακτίνων υποδηλώνει περιοχή ισχυρού ακουστικού πεδίου σε αντίθεση με την περιοχή όπου οι ακτίνες είναι αραιές που υποδηλώνει περιοχή ασθενούς πεδίου. Στο ερώτημα για το πως καθορίζονται οι περιοχές μεγάλης ή μικρής συγκέντρωσης ακτίνων αρκεί να παρατηρήσουμε ότι η εκπομπή ηχητικής ενέργειας από μία πηγή γίνεται συνήθως με τη μορφή δέσμης (Σχήμα 3.4). Η δέσμη αυτή καθορίζεται από την κατευθυντότητα της πηγής όπως ορίστηκε στο κεφάλαιο 2. Η απλουστευτική παραδοχή που γίνεται είναι ότι μέσα στη δέσμη παίρνουμε μία διακριτοποίηση στη γωνία και ανά ακτινικό βήμα $\delta\theta$ θεωρούμε μία ηχητική ακτίνα. Έτσι η εκπομπή ηχητικής ενέργειας στην πηγή θεωρείται ομοιόμορφη, παρά το γεγονός ότι η κατευθυντότητα υποδηλώνει ότι αυτό δεν ισχύει πάντα. Ωστόσο για τις ανάγκες εποπτικής μελέτης της διάδοσης του ήχου στη θάλασσα αυτό είναι αρκετό. Ακολούθως παρακολουθείται η πορεία κάθε μιας από τις ακτίνες αυτές στο περιβάλλον και σχεδιάζεται ένα διάγραμμα ακτίνων όπως στο σχήμα 3.5. Μια πρώτη εικόνα των χαρακτηριστικών περιοχών συγκέντρωσης ή αραιώσης της ηχητικής ενέργειας μας δίνει η αντίστοιχη περιοχή συγκέντρωσης ή αραιώσης των ηχητικών ακτίνων.



Σχήμα 3.4 Δέσμη εκπομπής από ηχητική πηγή

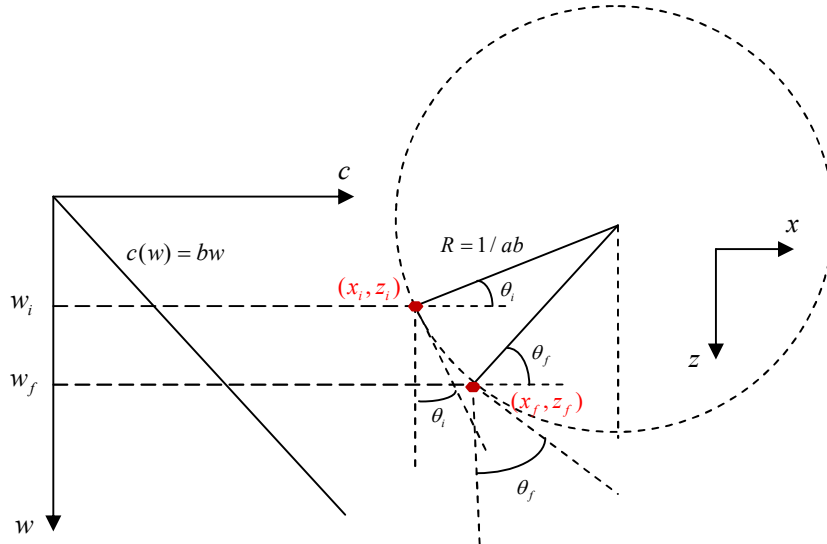


Σχήμα 3.5 Τυπικό διάγραμμα ακτίνων σε βαθιά θάλασσα για το εμφανιζόμενο δεξιά προφίλ ταχύτητας. Έχουν σημειωθεί οι γωνίες εκπομπής για την κάθε ακτίνα. (από Clay and Medwin)

Η ολοκλήρωση στη σχέση 3.1.5 μπορεί να γίνει αριθμητικά, όταν η ταχύτητα είναι μία γενική συνάρτηση του βάθους. Πολλές φορές όμως καταφεύγουμε σε απλουστεύσεις του προφίλ ταχύτητας ώστε η ολοκλήρωση να μπορεί να γίνει έστω και τμηματικά με αναλυτικές σχέσεις. Στην περίπτωση αυτή συνήθως χρησιμοποιούμε μία προσέγγιση του προφίλ ταχύτητας με συναρτήσεις τμηματικά συνεχείς, η κάθε μία από τις οποίες μπορεί να δώσει αναλυτική έκφραση για το ολοκλήρωμα της σχέσης 3.1.5. Μία συνάρτηση αυτού του είδους είναι η γραμμική, σύμφωνα με την οποία το προφίλ ταχύτητας δίδεται από τη σχέση :

$$c(z) = c(z_1) + b(z - z_1) \quad \text{για } z_1 \leq z \leq z_2 \quad (3.1.8)$$

Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι το προφίλ ταχύτητας χωρίζεται σε πολλά τμήματα στα οποία η ταχύτητα έχει δεδομένη σταθερή κλίση. Η ολοκλήρωση πραγματοποιείται ανάμεσα στα τμήματα αυτά και στη συνέχεια τα παραγόμενα επί μέρους διαγράμματα ακτίνων ενώνονται για να δώσουν το τελικό διάγραμμα. Για να επιτευχθεί ομαλή καμπύλη, συνήθως ακολουθεί μία εξομάλυνση του τελικού διαγράμματος, ώστε να μην παρατηρούνται ασυνέχειες μέσα στο νερό, κάτι που αντίκειται στους φυσικούς νόμους.



Σχήμα 3.6 Κυκλική διαδρομή ακτίνων για ταχύτητα ήχου γραμμικά μεταβαλλόμενη με το βάθος

Αξίζει να δώσουμε τη μορφή του διαγράμματος ακτίνων ανάμεσα σε δύο βάθη για τα οποία η μεταβολή της ταχύτητας είναι γραμμική. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε την βοηθητική μεταβλητή

$$w = z - z_1 + \frac{c(z_1)}{b} \quad (3.1.9)$$

Ισχύει :

$$dw = dz \quad (3.1.10)$$

$$c(z) = bw \quad (3.1.11)$$

Τα ολοκληρώματα (3.1.5) και (3.1.6) υπολογίζονται ως εξής :

$$t_f - t_i = \int_{w_i}^{w_f} \frac{dw}{bw(1 - a^2 b^2 w^2)^{1/2}} \quad (3.1.12)$$

$$x_f - x_i = \int_{w_i}^{w_f} \frac{abw dw}{(1 - a^2 b^2 w^2)^{1/2}} \quad (3.1.13)$$

Χρησιμοποιώντας πίνακες ολοκληρωμάτων καταλήγουμε στις σχέσεις

$$t_f - t_i = \frac{1}{b} \log_e \frac{w_f [1 + (1 - a^2 b^2 w_i^2)^{1/2}]}{w_i [1 + (1 - a^2 b^2 w_f^2)^{1/2}]} \quad (3.1.14)$$

$$\text{ή} \quad t_f - t_i = \frac{1}{b} \log_e \frac{w_f (1 + \cos \theta_i)}{w_i (1 + \cos \theta_f)} \quad (3.1.15)$$

$$\text{και} \quad x_f - x_i = \frac{1}{ab} [(1 - a^2 b^2 w_i^2)^{1/2} - (1 - a^2 b^2 w_f^2)^{1/2}] \quad (3.1.16)$$

$$\text{ή} \quad x_f - x_i = \frac{1}{ab} (\cos \theta_i - \cos \theta_f) = R(\cos \theta_i - \cos \theta_f) \quad (3.1.17)$$

Παρατηρούμε από τη σχέση (3.1.17) και με την βοήθεια του σχήματος 3.6, ότι η ακτίνα καμπυλότητας της ηχητικής ακτίνας R στο διάστημα κατά το οποίο η κλίση της ταχύτητας διάδοσης του ήχου είναι σταθερή, είναι επίσης σταθερή και ίση με το πηλίκο $\frac{1}{ab}$. Άρα η ηχητική ακτίνα έχει τη μορφή τόξου κύκλου. Αυτό διευκολύνει αρκετά τους υπολογισμούς και την κατασκευή αλγορίθμων για την παρακολούθηση της πορείας της ηχητικής ακτίνας.

Αντίστοιχα η σχέση ανάμεσα στα βάθη z_f και z_i είναι.

$$z_f - z_i = R(\sin \theta_f - \sin \theta_i) \quad (3.1.18)$$

Υπολογίζοντας τις συντεταγμένες μιας ηχητικής ακτίνας από τις ανωτέρω σχέσεις, παρακολουθούμε την γεωμετρία της διάδοσης του ήχου στη θάλασσα.

Θα πρέπει να προσέξουμε ότι εάν δεν υπάρχει εμπόδιο στην πορεία της ηχητικής ακτίνας που να την αναγκάσει να επιστρέψει πίσω, η μεταβολή $x_f - x_i$ πρέπει να είναι πάντα θετική. Αυτό ισχύει ακόμη και όταν η ακτίνα προσπέσει στον πυθμένα της θάλασσας όταν αυτός θεωρείται επίπεδος και οριζόντιος όπως είχαμε δει μέχρι τώρα. Αντίθετα η μεταβολή $z_f = z_i$ μπορεί να είναι θετική ή αρνητική ανάλογα με τον η ακτίνα οδεύει προς τον πυθμένα ή την επιφάνεια της θάλασσας αντίστοιχα. Για το λόγο αυτό πρέπει να προσέξει κάποιος στη χρήση της σωστής γωνίας (αρνητική ή θετική) ανάλογα και με το πρόσημο της ακτίνας καμπυλότητα R , που όπως φαίνεται και από τον ορισμό της μπορεί να είναι $+$ ή $-$ ανάλογα με το πρόσημο της σταθεράς b . Ο αναγνώστης εύκολα μπορεί να αντιληφθεί τη σωστή χρήση των προσήμων με λίγη εξάσκηση.

Σήμερα η παρακολούθηση της διαδρομής μιας ηχητικής ακτίνας γίνεται με αριθμητικές τεχνικές που εξασφαλίζουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην χάραξη της διαδρομής ιδιαίτερα σε γενικά προφίλ ταχύτητας.

3.2 Ακουστική πίεση και γεωμετρική ακουστική.

Η ακουστική ενέργεια που μεταφέρεται από ένα κύμα εξαρτάται βέβαια από την ένταση της πηγής που το προκαλεί. Μέχρι τώρα το μέγεθος αυτό δεν μας είχε απασχολήσει, μια και στα προβλήματα που μελετήσαμε μας ενδιέφερε η μορφή της λύσης της ακουστικής εξίσωσης και τα σχετικά πλάτη των ενεργειακών μεγεθών ανάμεσα σε δύο ακουστικά μέσα. Στην παράγραφο αυτή θα δώσουμε μία απλή μέθοδο για υπολογισμό της ακουστικής πίεσης με τη βοήθεια της γεωμετρικής ακουστικής, καθώς και μεγέθη που διευκολύνουν την μελέτη των σχετικών προβλημάτων. Σημειώνουμε εδώ ότι ο υπολογισμός της ακουστικής πίεσης με χρήση

της γεωμετρικής ακουστικής δεν εξαντλείται στην μέθοδο που θα παρουσιάσουμε εδώ, αλλά ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει σε εξειδικευμένα βιβλία (π.χ. Jensen et al. 1994) για περισσότερες λεπτομέρειες, καθώς η σχετική θεωρία ξεφεύγει από τον σκοπό του μαθήματος μας.

3.2.1 Εκπομπή ηχητικής ενέργειας.

Ας θεωρήσουμε προς στιγμήν ότι βρισκόμαστε σε ένα άπειρο μέσον και ότι υπάρχει σημειακή ηχητική πηγή που εκπέμπει αρμονικά. Η συμμετρία του προβλήματος μας οδηγεί στη διατύπωση της ακουστικής εξίσωσης στο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων και στην έκφραση των μεγεθών του προβλήματος ως συναρτήσεις της απόστασης από την πηγή μόνο, όπου θεωρούμε και την αρχή του συστήματός μας. Θα θεωρήσουμε την πηγή στην αρχή του σφαιρικού συστήματος και αφού εκπέμπει σε άπειρο μέσον, το ακουστικό πεδίο παρουσιάζει σφαιρική συμμετρία.

Θα χρειαστεί μια αναφορά στο Παράρτημα Ε, στο οποίο δίδεται επιγραμματικά η λύση της ακουστικής εξίσωσης σε ένα σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων. Εδώ εισάγουμε για πρώτη φορά ενεργειακά μεγέθη που θα μας βοηθήσουν να κάνουμε μία προσεγγιστική εκτίμηση της ακουστικής πίεσης με βάση τη γεωμετρική ακουστική.

Στιγμιαία ένταση (instantaneous intensity), είναι η ακουστική ισχύς που διαδίδεται δια μέσου της μονάδας επιφανείας ενός ακουστικού μέσου σε μια χρονική στιγμή και δίδεται από το γινόμενο της πίεσης και της ταχύτητας των στοιχειωδών σωματιδίων του ακουστικού μέσου ($p(r,t)u(r,t)$) όταν και οι δύο ποσότητες είναι πραγματικές ή το γινόμενο της πίεσης με τη συζυγή της ταχύτητας, όταν και οι δύο ποσότητες είναι μιγαδικές ($p(r,t)u^*(r,t)$), όπου με u^* συμβολίζεται η συζυγής της ταχύτητας. Στη συνέχεια θα θεωρήσουμε την γενική περίπτωση της μιγαδικής ταχύτητας.

Ακουστική ένταση (acoustic intensity) ορίζεται ως η μέση ισχύς που περνά δια μέσου της μονάδας επιφανείας και δίδεται από τη σχέση :

$$\langle I \rangle = \text{Real} \left(\frac{1}{T} \int_0^T p(r,t)u^*(r,t)dt \right) \quad (3.2.1)$$

Αντικατάσταση της πίεσης και της ταχύτητας από τη σχέση που τις συνδέει στην ανωτέρω εξίσωση

$$p(r,t) \approx (\rho c)u(r,t) \quad (3.2.2)$$

(βλ. Παράρτημα Ε) και λαμβάνοντας υπ όψιν την χρονική εξάρτηση της πίεσης (αρμονικά κύματα) παίρνουμε

$$\langle I \rangle = \frac{|p|^2}{\rho c} \quad (3.2.3)$$

όπου το σύμβολο $|p|$ υποδηλώνει και την **μέση τετραγωνική πίεση** η οποία ως γνωστόν δίδεται από τη σχέση $|p|^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt$. Στην περίπτωση της πίεσης του κύματος, η χρονική εξάρτηση του οποίου εκφράζεται μέσω του όρου $e^{-i\omega t}$ έχουμε

$$|p| = \frac{P}{\sqrt{2}} \quad (3.2.4)$$

όπου P είναι το πλάτος της πίεσης.

Εάν η **ολική ισχύς** που εκπέμπεται από την πηγή είναι Π (μονάδες στο μετρικό σύστημα, Watts), θα πρέπει σε δεδομένη θέση r να ισχύει

$$\Pi = \int_S \langle I \rangle dS = \int_{4\pi} \langle I \rangle r^2 d\Omega \quad (3.2.5)$$

όπου $d\Omega = dS / r^2$ είναι η στοιχειώδης στερεά γωνία και dS είναι μία στοιχειώδης σφαιρική επιφάνεια.

Αφού $\langle I \rangle$ και r είναι σταθερά στην επιφάνεια dS , παίρνουμε

$$\Pi = \langle I \rangle r^2 \int d\Omega = 4\pi |p|^2 \frac{r^2}{\rho c} \quad (3.2.6)$$

Επομένως η μέση τετραγωνική πίεση σε απόσταση r από την πηγή, συναρτήσει της ισχύος της πηγής είναι

$$|p| = \left(\frac{\Pi \rho c}{4\pi r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2.7)$$

Να παρατηρήσουμε εδώ ότι με χρήση της λύσης της ακουστικής εξίσωσης για σφαιρικά κύματα $p(r, t) = \frac{A}{r} \exp[i(kr - \omega t)] = P \exp[i(kr - \omega t)]$ (E.1.3) και της έκφρασης για τη μέση τετραγωνική πίεση από την 3.2.4, έχουμε

$$|p| = \frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{A}{r\sqrt{2}} \quad (3.2.4\alpha)$$

και η 3.2.6 μας δίνει

$$\Pi = 2\pi \frac{A^2}{\rho c} \quad (3.2.8)$$

που υποδηλώνει ότι η ισχύς είναι ανεξάρτητη της απόστασης δηλαδή σταθερή, κάτι αναμενόμενο στα πλαίσια της γενικής μας παραδοχής για διατήρηση της ενέργειας στο σύστημα.

Στη συνέχεια, η αναφορά στην πίεση ενός ακουστικού μέσου θα παρεπέμψει στη μέση τετραγωνική πίεση $|p|$ παραλείποντας τον επιθετικό προσδιορισμό. Επίσης η ακουστική ένταση θα αποδίδεται από το σύμβολο I αντί για $\langle I \rangle$.

3.2.2 Μονάδες μέτρησης της πίεσης και του ηχητικού πεδίου

Η μονάδα μέτρησης της πίεσης στο μετρικό σύστημα είναι τα newtons ανά τετραγωνικό μέτρο (N/m^2) που ονομάζεται και Pascal (Pa). Επειδή όμως σε ένα ακουστικό μέσον αναμένονται έντονες διακυμάνσεις σε αριθμητικά μεγέθη, έχει επικρατήσει να υπολογίζονται τα ακουστικά μεγέθη σε μονάδες decibel (dB). Οι μονάδες αυτές δίδουν μία λογαριθμική έκφραση του αντίστοιχου μεγέθους.

Καλούμε **Επίπεδο έντασης** (Sound Intensity Level ή SIL) το μέγεθος

$$SIL = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{ref}} \quad dB \text{ re } I_{ref} \quad (3.2.9)$$

όπου I_{ref} είναι η ένταση αναφοράς για την οποία θα μιλήσουμε στη συνέχεια.

Αντίστοιχα ονομάζουμε **Επίπεδο πίεσης** (Sound Pressure Level ή SPL) το μέγεθος

$$SPL = 20 \log_{10} \frac{|p|}{p_{ref}} \quad dB \text{ re } p_{ref} \quad (3.2.10)$$

Σημειώνουμε ότι η ένταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της πίεσης, επομένως τα δύο μεγέθη είναι ταυτόσημα, εφ' όσον αναφέρονται σε αντίστοιχη ποσότητα αναφοράς. Συνήθως στην υποβρύχια ακουστική χρησιμοποιείται ως μονάδα αναφοράς της πίεσης το $1 \mu\text{Pa}$ (10^{-6} N/m^2) που για τυπικές τιμές ταχύτητας διάδοσης ήχου και πυκνότητας (1480 m/sec και 1000 kg/m^3 αντίστοιχα) αντιστοιχεί μέσω της 3.2.3, σε ένταση $6.76 \times 10^{-19} \text{ W/m}^2$.

Ως **Επίπεδο πίεσης πηγής** (Source pressure Level SL) θεωρούμε κατά σύμβαση το επίπεδο πίεσης σε απόσταση r_0 από την πηγή η οποία θεωρείται απόσταση αναφοράς. Στο μετρικό σύστημα η απόσταση αυτή είναι τυπικά 1 μέτρο. Με βάση τα μέχρι τώρα λεχθέντα, και σε άπειρο μέσον στο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων, η πίεση είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης. Επομένως, η πίεση $|p|$ σε τυχούσα θέση r δίδεται συναρτήσει της πίεσης $|p_0|$ στην απόσταση r_0 από τη σχέση

$$|p| = \frac{|p_0| r_0}{r} \quad (3.2.11)$$

Ως **Απώλεια διάδοσης** (Transmission Loss TL) ορίζουμε τη διαφορά σε επίπεδα πίεσης ανάμεσα σε δύο θέσεις ενός ηχητικού μέσου :

$$TL_{12} = SPL_1 - SPL_2 \quad (3.2.12)$$

όπου οι δείκτες 1 και 2 υποδηλώνουν τις αντίστοιχες θέσεις. Η απώλεια διάδοσης είναι θετική, όταν το επίπεδο πίεσης στη θέση 2 είναι μικρότερο σε σχέση με τη θέση 1.

Εναλλακτικός ορισμός της απώλειας διάδοσης είναι μέσω του λόγου των μέσων τατραγωνικών πιέσεων στις αντίστοιχες θέσεις :

$$TL_{12} = -20 \log_{10} \frac{|p_2|}{|p_1|} \quad (3.2.13)$$

Όταν το μέσον χαρακτηρίζεται από σφαιρική διάδοση ως ανωτέρω, παίρνουμε :

$$TL_{12} = 20 \log_{10} \frac{|p_1|}{|p_{ref}|} - 20 \log_{10} \frac{|p_2|}{|p_{ref}|} = 20 \log_{10} \frac{|p_1|}{|p_2|} = 20 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (3.2.14)$$

Στις περισσότερες των περιπτώσεων μας ενδιαφέρει η απώλεια διάδοσης σε σχέση με την απόσταση αναφοράς r_0 :

$$TL = 20 \log_{10} \frac{r}{r_0} \quad (3.2.15)$$

Η έκφραση «απώλεια διάδοσης» υποδηλώνει ότι η πίεση ελαττώνεται ανάμεσα στις δύο θέσεις ($TL > 0$) που είναι βέβαια εύκολα κατανοητό στη σφαιρική διάδοση όπου λόγω της αύξησης της επιφάνειας του μετώπου κύματος, η πίεση μειώνεται με την απόσταση από την πηγή.

Τέλος να σημειώσουμε ότι στην περίπτωση της πρόσπτωσης κυμάτων τη διαχωριστική επιφάνεια ανάμεσα σε δύο ακουστικά μέσα, ορίζουμε κατ' αντιστοιχία το μέγεθος **απώλεια ανάκλασης** (**R**eflection **L**oss, RL) και επειδή μας ενδιαφέρει στην ακουστική ωκεανογραφία ειδικότερα η περίπτωση της πρόσπτωσης στον πυθμένα, το μέγεθος **απώλεια πυθμένα** (**B**ottom **L**oss, BL) από τη σχέση :

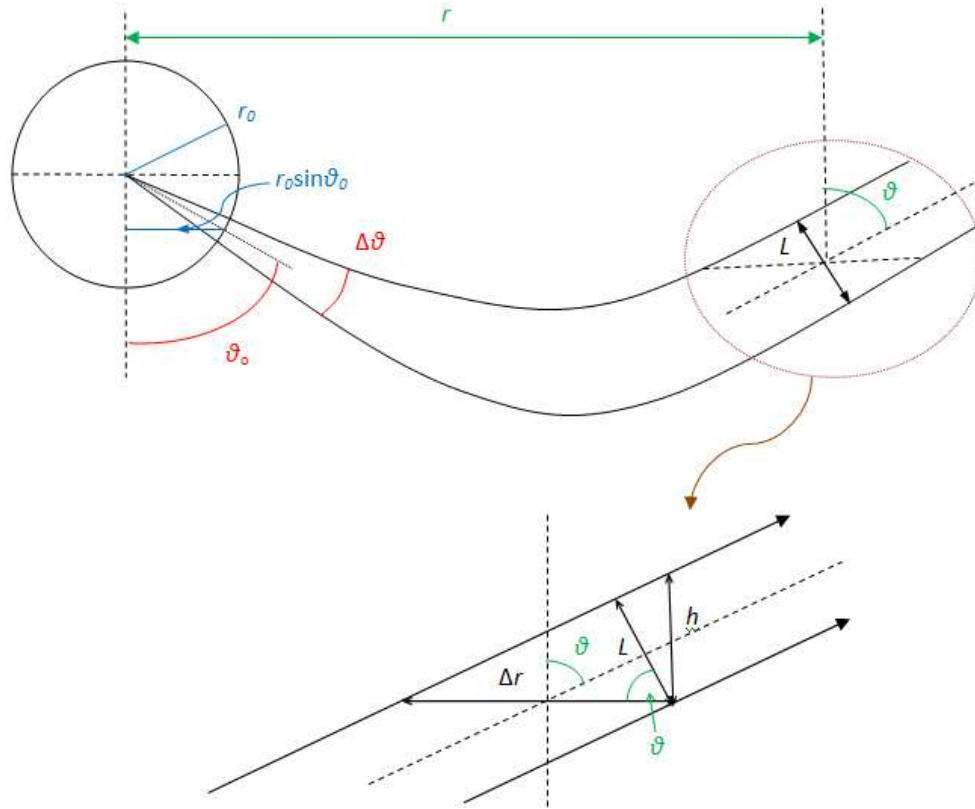
$$BL = -20 \log_{10} \frac{|p_r|}{|p_i|} = -20 \log_{10} |R_b| \quad (3.2.16)$$

όπου το αρνητικό σημείο τίθεται ώστε το μέγεθος να παραμένει θετικό αφού $|p_r| \leq |p_i|$ και R_b είναι ο συντελεστής ανάκλασης. Ο δείκτης b αναφέρεται στην ανάκλαση από τον πυθμένα ο οποίος μπορεί να έχει οποιαδήποτε σύσταση και στρωματοποίηση, οπότε υπολογίζεται ανάλογα και ο συντελεστής ανάκλασης.

3.2.3 Απώλεια διάδοσης κατά μήκος μιας ηχητικής ακτίνας

Για να υπολογίσουμε την ακουστική πίεση σε δεδομένη θέση στη θάλασσα με χρήση της γεωμετρικής ακουστικής, θα καταφύγουμε σε μία απλουστευμένη θεώρηση που όμως δίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε περιοχές που δεν έχουμε έντονη συγκέντρωση ή αραίωση της ηχητικής ενέργειας.

Ο υπολογισμός μας θα βασιστεί στην απόσταση ανάμεσα σε γειτονικές ακτίνες, όπως χαρακτηρίζονται εκείνες που απέχουν μικρή γωνιακή απόσταση $\Delta\theta$ μεταξύ τους. Ως γωνία θ μιας ηχητικής ακτίνας θεωρούμε τη σχηματιζόμενη από την εφαπτομένη στην ακτίνα με την κατακόρυφο (σχήμα 3.7). Στα επόμενα θα χρησιμοποιούμε το συμβολισμό r αντί για x για την οριζόντια απόσταση, ώστε να υπάρχει αντιστοιχία συμβολισμού με την απόσταση αναφοράς. ΠΡΟΣΟΧΗ όμως : Η χρήση του συμβολισμού αυτού δεν αλλάζει τη γεωμετρία μελέτης του προβλήματος που σε μεγάλη απόσταση από την πηγή παραμένει στο επίπεδο x,z .



Σχήμα 3.7 Διάγραμμα ακτίνων για τον υπολογισμό της ακουστικής πίεσης.

Με αναφορά στο σχήμα 3.7 για τη γεωμετρία, θεωρούμε μία ηχητική πηγή που εκπέμπει ακουστική ενέργεια ισχύος Π με τη μορφή αρμονικών κυμάτων ομοιόμορφα σε δέσμη $\Delta\theta$. Η παραδοχή για ομοιόμορφη εκπομπή είναι απλουστευτική, όταν όμως η γωνία της δέσμης $\Delta\theta$ είναι μικρή, η παραδοχή είναι ικανοποιητική. Η ακουστική ισχύς $\Delta\Pi$ που εκπέμπεται στον στοιχειώδη δακτύλιο που ορίζεται από την ακτίνα r_0 είναι

$$\Delta\Pi = \frac{|p_0|^2}{\rho_0 c_0} (2\pi r_0 \sin \theta_0) r_0 \Delta\theta \quad (3.2.17)$$

όπου οι δείκτες 0 στην πυκνότητα και ταχύτητα υποδηλώνουν την αναφορά τους στην απόσταση r_0 . Σημειώστε ότι η θεωρούμενη γεωμετρία είναι τρισδιάστατη με συμμετρία γύρω από τον άξονα Oz .

Δεδομένου ότι πολύ κοντά στην πηγή η ταχύτητα του ήχου είναι σταθερή και η διάδοση θεωρείται σφαιρική, από τη σχέση (3.2.7), η πίεση $|p_0|$ δίδεται μέσω της

$$|p_0|^2 = \frac{\rho_0 c_0 \Pi}{4\pi r_0^2} \quad (3.2.18)$$

Ας θεωρήσουμε τώρα ότι οι δύο ακραίες ακτίνες της δέσμης έχουν διαδοθεί στο περιβάλλον και μετά από καμπύλωση έχουν έρθει στην κατάσταση που περιγράφεται από το σχήμα 3.7 (λεπτομέρεια στο κάτω μέρος). Η οριζόντια απόσταση υπολογισμού της ακουστικής πίεσης είναι η $r \equiv x$. Η επιφάνεια την οποία διαπερνά η ηχητική ισχύς που περιορίζεται από τις δύο ακραίες ακτίνες είναι $2\pi rL$, όπου L είναι η κάθετη απόσταση ανάμεσα στις ακτίνες που μετράται στο μέτωπο κύματος. Για μικρό εύρος δέσμης, η προσέγγιση ότι οι δύο ακτίνες είναι παράλληλες είναι αποδεκτή. Αφού η ισχύς παραμένει η ίδια με την αρχική (απουσία φυσικής εξασθένησης – διατήρηση ενέργειας), θα πρέπει να ισχύει

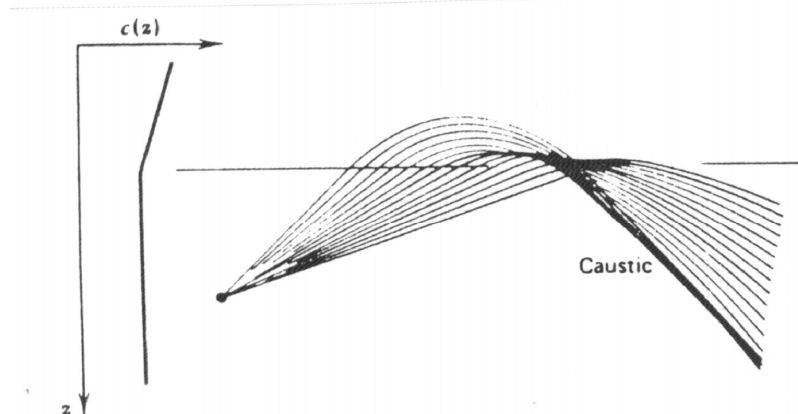
$$\Delta\Pi = \frac{2\pi r_0^2}{\rho_0 c_0} |p_0|^2 \sin\theta_0 \Delta\theta = \frac{2\pi rL |p|^2}{\rho c} \quad (3.2.19)$$

Επομένως η πίεση στην απόσταση r θα δίδεται από τη σχέση

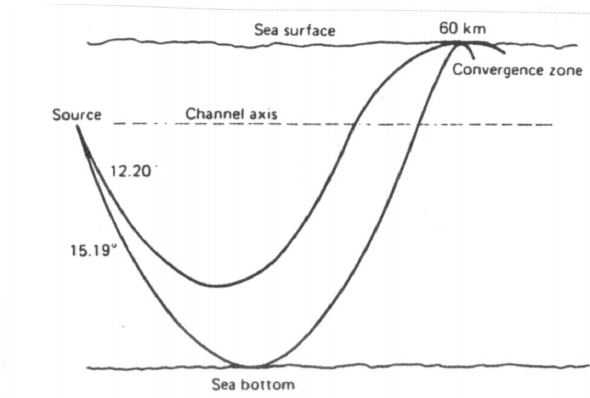
$$|p|^2 = \frac{|p_0|^2 r_0^2 \rho c \sin\theta_0 \Delta\theta}{\rho_0 c_0 rL} \quad (3.2.20)$$

Παρατηρούμε ότι η πίεση παραμένει πεπερασμένη εκτός εάν $L=0$. Η περίπτωση αυτή είναι δυνατή όταν έχουμε διασταύρωση των ακτίνων (Σχήμα 3.8). Στα σημεία διασταύρωσης επομένως δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την ακουστική πίεση από τη σχέση 3.2.20 μια και σύμφωνα με σχέση αυτή η πίεση φαίνεται να απειρίζεται, ενώ στην πραγματικότητα παραμένει πεπερασμένη. Περιοχές συγκέντρωσης και διασταύρωσης ακτίνων έχουμε πρακτικά σε όλα τα διαγράμματα ακτίνων και ορίζουν τις λεγόμενες **καυστικές** (*caustics*). Ο υπολογισμός της πίεσης εκεί, με μεθόδους της γεωμετρικής ακουστικής είναι εξαιρετικά δύσκολος. Αντίθετα δεν παρουσιάζει δυσκολίες όταν χρησιμοποιηθούν μέθοδοι κυματικής θεωρίας (Μάθημα Κυματικής Θεωρίας).

Επίσης να σημειώσουμε ότι με βάση τη μεγεθυνση της περιοχής της λήψης που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.7, εναλλακτικές εκφράσεις για το L που όμως σχετίζονται με τη διαδικασία υπολογισμού του διαγράμματος των ακτίνων, παίρνομε από τις σχέσεις $L = h \sin\theta$, ή $L = \Delta r \cos\theta$. Έτσι, εάν υπολογίζουμε το διαχωρισμό των ακτίνων σε ένα βάθος z , η χρήση του Δr μας εξυπηρετεί, ενώ εάν την υπολογίζουμε σε μία οριζόντια απόσταση x , η χρήση του h ενδείκνυται.



Σχήμα 3.8 Ακτίνες που διασταυρώνονται και αντίστοιχο προφίλ ταχύτητας. Σχηματισμός καυστικής (Από Clay and Medwin).



Σχήμα 3.9 Διάγραμμα ακτίνων στο οποίο παρατηρούμε ζώνη σύγκλισης. (Από Clay and Medwin).

Στο σχήμα 3.9 παρατηρούμε την περίπτωση ενός διαγράμματος ακτίνων που εφάπτονται τόσο του πυθμένα όσο και της επιφάνεια της θάλασσας. Η επαφή με την επιφάνεια γίνεται για τη δεδομένη δέσμη εύρους 3° σε απόσταση 60 km όπου και παρατηρείται συγκέντρωση ηχητικής ενέργειας (convergence zone).

Θα κλείσουμε την παράγραφο με τον υπολογισμό της απώλειας διάδοσης κατά μήκος μιας ηχητικής ακτίνας. Σύμφωνα με τα μέχρι τώρα λεχθέντα, η απώλεια διάδοσης ανάμεσα στις αποστάσεις r_0 και r είναι :

$$TL = -20 \log_{10} \left| \frac{P}{P_0} \right| \quad (3.2.21)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση 3.2.19 παίρνουμε :

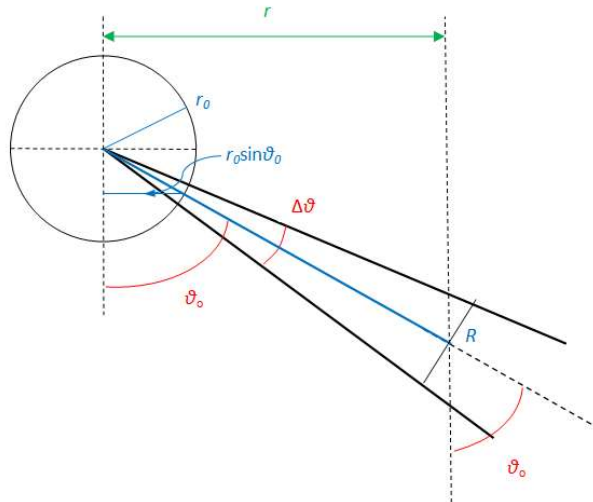
$$TL = 10 \log_{10} \frac{r}{r_0} - 10 \log_{10} \frac{\rho c}{\rho_0 c_0} + 10 \log_{10} \frac{L}{r_0 \sin \theta_0 \Delta \theta} \quad (3.2.22)$$

Επομένως, για τον υπολογισμό της πίεσης στη θέση ενός δέκτη θα πρέπει να υπολογισθεί η διαδρομή των ηχητικών ακτίνων που συνδέουν πηγή και δέκτη με βάση το προφίλ της ταχύτητας διάδοσης του ήχου. Προσέξτε επίσης από τη σχέση 3.2.22 ότι στην περίπτωση που πηγή και δέκτης βρίσκονται στο ίδιο βάθος, ο δεύτερος όρος μηδενίζεται, όταν σύμφωνα και με τις παραδοχές που εχομε ήδη κάνει η πυκνότητα στο νερο θεωρείται σταθερή.

Αξίζει να σχολιάσουμε την ειδική περίπτωση που η διάδοση γίνεται σε περιβάλλον σταθερής ταχύτητας διάδοσης του ήχου χωρίς να παρεμβάλλονται σύνορα. Στην περίπτωση αυτή οι ηχητικές ακτίνες δεν καμπυλώνονται και η γεωμετρία είναι αυτή που εμφανίζεται στο σχήμα 3.10.

Η σχέση 3.2.19 γράφεται τώρα

$$\Delta \Pi = \frac{2\pi r_0^2}{\rho_0 c_0} |p_0|^2 \sin \theta_0 \Delta \theta = \frac{2\pi r (r / \sin \theta_0) \Delta \theta |p|^2}{\rho c} \quad (3.2.23)$$



Σχήμα 3.10 Διάγραμμα ακτίνων για τον υπολογισμό της ακουστικής πίεσης στην περίπτωση της διάδοσης σε περιβάλλον σταθερής ταχύτητας διάδοσης του ήχου.

Επομένως παίρνουμε :

$$|p|^2 = \frac{|p_0|^2 r_0^2 \rho c (\sin \theta_0)^2}{\rho_0 c_0 r^2} \quad (3.2.24)$$

Παρατηρώντας ότι πυκνότητα και ταχύτητα στη θέση πηγής και δέκτη είναι ίδιες έχουμε :

$$|p|^2 = \frac{|p_0|^2 r_0^2}{(r / \sin \theta_0)^2} \quad (3.2.25)$$

Παρατηρούμε στο σχήμα ότι ο λόγος $r / \sin \theta_0$ αντιπροσωπεύει την ευθεία απόσταση πηγής δέκτη που τη συμβολίζουμε εδώ με R προκειμένου να μην υπάρχει σύγχυση με την οριζόντιο απόσταση r . Έτσι έχουμε :

$$|p|^2 = \frac{|p_0|^2 r_0^2}{R^2} \quad (3.2.26)$$

που αποτελεί το χαρακτηριστικό νόμο της σφαιρικής διάδοσης.

Η αντίστοιχη απώλεια διάδοσης είναι :

$$TL = -20 \log_{10} \frac{|p|}{|p_0|} = 20 \log_{10} \frac{R}{r_0} \quad (3.2.27)$$

που αντιπροσωπεύει απώλεια διάδοσης σφαιρικού κύματος σε περιβάλλον χωρίς σύνορα με σταθερή ταχύτητα διάδοσης, όπως είδαμε ήδη με τη σχέση 3.2.14 (προσοχή και πάλι στο συμβολισμό της απόστασης).

3.2.4 Ανακλάσεις στον πυθμένα

Εάν μία ηχητική ακτίνα έρθει σε επαφή με λείες διεπιφάνειες στο χώρο διάδοσης, η ανάκλαση που παρατηρείται οδηγεί σε συνέχιση της πορείας της με γωνία ίση με εκείνη της γωνίας πρόσπτωσης. Η καμπυλότητα της ανακλώμενης ακτίνας στο σημείο πρόσπτωσης είναι ίδια με εκείνη της προσπίπτουσας ακτίνας. Ανακλάσεις αυτού του είδους έχουμε τυπικά στην επιφάνεια και τον πυθμένα της θάλασσας.

Επειδή η επιφάνεια της θάλασσας θεωρείται ελεύθερη πίεσεων, η απώλεια ανάκλασης εκεί σύμφωνα με την απλουστευτική παραδοχή που υιοθετείται στα πλαίσια του μαθήματος είναι 0. Αντίθετα στον πυθμένα της θάλασσας μπορεί να έχουμε σημαντική απώλεια ενέργειας η οποία οδεύει προς τον πυθμένα. Εάν χρειαστεί να υπολογίσουμε την ακουστική πίεση μετά από κάποια ανάκλαση, καταφεύγουμε στην θεωρία των επίπεδων κυμάτων για να κάνουμε τους σχετικούς υπολογισμούς. Με βάση λοιπόν τα όσα έχουμε πει μέχρι τώρα για το συντελεστή ανάκλασης πυθμένα, θα θεωρήσουμε ότι για μία ακτίνα που χαρακτηρίζεται κατά την πρόσπτωση της στον πυθμένα από τη γωνία θ , το μέτωπο κύματος είναι επίπεδο και άρα ο συντελεστής ανάκλασης R_{12} .

Η σχέση (3.2.16) μας δίνει την απώλεια πυθμένα κατά την πρόσπτωση της ηχητικής ενέργειας στην διεπιφάνεια και το μέγεθος αυτό εκφρασμένο σε dB είναι προσθετός στη σχέση 3.2.21 που δίνει την ολική απώλεια διάδοσης ανάμεσα σε δύο θέσεις στη θάλασσα. Είναι προφανές ότι για την περίπτωση πολλαπλών ανακλάσεων, οι απώλειες πυθμένα αθροίζονται, και βέβαια η ολική πίεση στο θαλάσσιο περιβάλλον μειώνεται αρκετά. Θα δούμε περισσότερα στο κεφάλαιο για την εξίσωση SONAR.

3.3 Φυσική εξασθένηση της ηχητικής ενέργειας στο νερό και τα ιζήματα του πυθμένα

Στη μέχρι τώρα θεώρηση του προβλήματος δεν είχαμε δεχθεί οποιοδήποτε μηχανισμό απώλειας της ηχητικής ενέργειας. Η ηχητική ενέργεια που εκπέμπεται από την πηγή παραμένει στο ακουστικό μέσον χωρίς μετατροπή. Η έντασή της όμως μεταβάλλεται με βάση την γεωμετρική εξάπλωση που υφίσταται το μέτωπο κύματος, γεγονός που οδηγεί σε μείωση του πλάτους της ακουστικής πίεσης, καθώς η αύξηση της επιφάνειας του μετώπου κύματος οδηγεί σε μείωση του πλάτους της πίεσης.

Στην πραγματικότητα όμως, διάφοροι μηχανισμοί στο νερό και τα θαλασσινά ιζήματα οδηγούν σε μετατροπή της ακουστικής ενέργειας σε άλλης μορφής ενέργεια (π.χ. θερμότητα) χωρίς δυνατότητα επανάκτησης της και αυτό σημαίνει ότι χάνεται οριστικά για το ακουστικό μέσον. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι περίπλοκοι και δεν είναι εύκολη η μαθηματική μοντελοποίησή τους. Από τους σημαντικούς ερευνητές που έχουν ασχοληθεί με το αντικείμενο αξίζει να μνημονεύουμε τους Stokes και Kirchoff, οι οποίοι απέδωσαν την εξασθένηση (attenuation) του ήχου σε ένα μέσον, στην θερμική αγωγιμότητα και τη συνεκτικότητα. Η φυσική εξασθένηση σχετίζεται με την έννοια της απορρόφησης της ενέργειας και οι δύο έννοιες θα χρησιμοποιούνται στο παρόν εγχειρίδιο ως ταυτόσημες.

Απ' ό,τι φαίνεται από σύγχρονες μελέτες του θέματος, η βασική αιτία απορρόφησης της ηχητικής ενέργειας στο νερό είναι η **συνεκτικότητα** (*viscosity*). Ένα

χαρακτηριστικό μέγεθος του προβλήματος είναι ο **χρόνος χαλάρωσης** (*relaxation time*) που αντανακλά τον χρόνο που απαιτείται σε ένα μέσον ώστε να ανταποκριθεί στις αλλαγές της πίεσης που του επιβάλλονται. Η απώλεια ενέργειας εξαρτάται από τον λόγο του χρόνου χαλάρωσης προς την περίοδο ενός ακουστικού κύματος. Η απώλεια είναι μέγιστη όταν ο λόγος αυτός είναι μονάδα και μειώνεται δραστικά όταν ο χρόνος είναι πολύ διαφορετικός.

Οι μηχανισμοί ενεργειακής απώλειας οδηγούν σε μεταβολή της πίεσης ενός ακουστικού κύματος, της οποίας ο ρυθμός είναι ανάλογος της πίεσης με ένα συντελεστή που ονομάζεται «**συντελεστής απορρόφησης**» (*absorption coefficient*).

Για επίπεδα κύματα σε μία διάσταση, η σχέση αυτή γράφεται ως

$$\frac{d|p|}{dx} = -a_e |p| \quad (3.3.1)$$

Ολοκληρώνοντας από $x=0$ έως x (αντίστοιχα από $|p_i|$ σε $|p|$), παίρνουμε

$$|p| = |p_i| \exp(-a_e x) \quad (3.3.2)$$

Ο συντελεστής απορρόφησης έχει σύμφωνα με την παραπάνω σχέση μονάδες απόστασης⁻¹. Σημειώνουμε ότι οι σχέσεις αυτές ισχύουν για την μέση τετραγωνική πίεση.

Στην περίπτωση ενός σφαιρικού κύματος έχουμε δει ότι ισχύει η σχέση $|p| = |p_0| \frac{r_0}{r}$ για μία απόσταση αναφοράς r_0 , όπου r είναι η απόσταση από την πηγή. Με αυτά τα δεδομένα και υποθέτοντας αντίστοιχο νόμο της μεταβολής της πίεσης λόγω απορρόφησης ως προς την απόσταση μπορούμε να γράψουμε :

$$|p| = |p_0| \frac{r_0}{r} \exp[-a_e (r - r_0)] \quad (3.3.3a)$$

Λαμβάνοντας υπ' όψιν την έκφραση της πίεσης για σφαιρικά κύματα (εξίσωση E.1.3 Παραρτήματος E) μπορούμε να πάρουμε σε συνδυασμό με τις σχέσεις 3.2.4a, για την ακουστική πίεση τη σχέση :

$$p(r, t) = \frac{A}{r} \exp[-a_e (r - r_0)] \exp[i(kr - \omega t)] \quad (3.3.3\beta)$$

Στα περισσότερα προβλήματα ενδιαφερόμαστε για το ακουστικό πεδίο σε μεγάλες αποστάσεις, ενώ η απόσταση αναφοράς αναφέρεται κοντά στην πηγή (συνήθως 1 m). Έτσι ισχύει $r \gg r_0$ και παραλείπεται το r_0 στη σχέση που μας δίνει την ακουστική πίεση με φυσική εξασθένιση :

$$p(r, t) = \frac{A}{r} \exp[-a_e r] \exp i(kr - \omega t) \quad (3.3.3\gamma)$$

Η ανωτέρω έκφραση μας δίδει τη δυνατότητα να εκφράσουμε την απορρόφηση/εξασθένηση, μέσω ενός μιγαδικού αριθμού κύματος, του οποίου το φανταστικό μέρος θα είναι ο συντελεστής απορρόφησης

$$k_c = k + ia_e \quad (3.3.4)$$

Η ακουστική πίεση γράφεται στην περίπτωση αυτή :

$$p(r,t) = \frac{A}{r} \exp i(k_c r - \omega t) \quad (3.3.5)$$

και διαπιστώνουμε ότι έχει ακριβώς την ίδια μορφή με εκείνη της περίπτωσης χωρίς απώλειες με την μόνη διαφορά στον αριθμό κύματος που είναι πλέον μιγαδικός αριθμός. Αξίζει να σημειώσουμε εδώ ότι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού αριθμού κύματος είναι το μέτρο του διανύσματος που είδαμε να εκφράζει τον αριθμό κύματος στην περίπτωση της διάδοσης χωρίς απώλειες ($k = \omega / c$). Μπορούμε τώρα να εισάγουμε και για το μιγαδικό αριθμό κύματος ένα αντίστοιχο ορισμό :

$$k_c = \frac{\omega}{c_c} \quad (3.3.6)$$

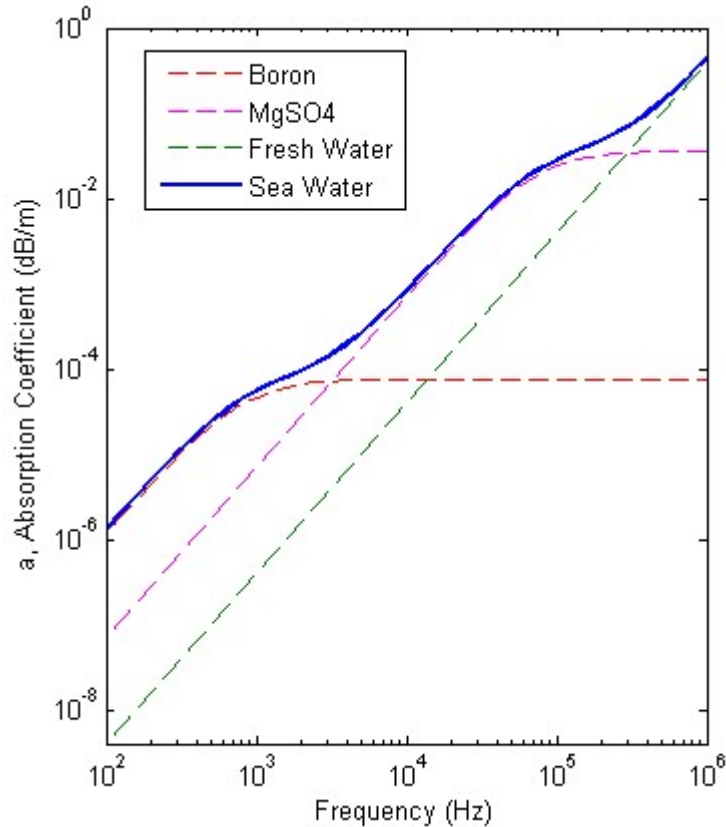
όπου c_c είναι μια μιγαδική ταχύτητα διάδοσης. Δεν θα επεκταθούμε όμως περισσότερο στη χρήση αυτής της έννοιας στην ακουστική ωκεανογραφία. Οι ενδιαφερόμενοι αναγνώστες μπορούν να βρουν ενδελεχή παρουσίαση των βασικών θεωρητικών εννοιών και των μεγεθών που υπεισέρχονται στο πρόβλημα της ποσοτικοποίησης της απορρόφησης της ηχητικής ενέργειας σε ρευστά, στο βιβλίο των Kinsler et al (βλ. βιβλιογραφία).

Ο μιγαδικός αριθμός κύματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε περίπτωση που θεωρήσουμε απόσβεση σε ένα ακουστικό μέσον. Ο συντελεστής απορρόφησης είναι συνήθως μικρός αριθμός (για μικρές συχνότητες). Οι μονάδες του είναι (m^{-1}) ή nep/m. Μπορεί ωστόσο να εκφραστεί σε dB/m, μέσω των σχέσεων ορισμού της απώλειας διάδοσης σε dB.

$$TL_{abs} = 20 \log_{10} \left| \frac{P_i}{P} \right| = a_e x (20 \log_{10} e) = 8,686 a_e x \quad (3.3.7)$$

όπου ο δείκτης abs υποδηλώνει απώλεια διάδοσης λόγω της φυσικής απορρόφησης. Επομένως μπορούμε να ορίσουμε τον ισοδύναμο συντελεστή απορρόφησης σε dB/m μέσω της σχέσης

$$a = 8,686 a_e \quad (3.3.8)$$



Σχήμα 3.11 Διάγραμμα υπολογισμού του συντελεστή φυσικής εξασθένησης στο θαλασσινό νερό

Στο σχήμα 3.11 βλέπουμε ένα διάγραμμα που απεικονίζει την εξάρτηση του συντελεστή απορρόφησης στο νερό από τη συχνότητα f . Οι μηχανισμοί φυσικής εξασθένησης που επενεργούν στο θαλασσινό νερό φαίνονται χωριστά. Πρόκειται για τη συνεκτικότητα που αναφέρεται στο γλυκό νερό και τη διάλυση αλάτων και οξέων (magnesium sulfate –MgSO₄ και boric acid - H₃BO₃ -boron). Ο υπολογισμός των καμπύλων του σχήματος έγινε με βάση την επικρατούσα σήμερα εμπειρική σχέση 3.3.9 που συνυπολογίζει τους βασικούς μηχανισμούς απορρόφησης (βλ. Fisher and Simons, JASA, 1977), για θερμοκρασία νερού 20⁰ C αλατότητα 35 ppt και πίεση 1 Atm.

$$a = \frac{Af_1f^2}{f_1^2 + f^2} + \frac{Bf_2f^2}{f_2^2 + f^2} + Cf^2 \quad (3.3.9)$$

Στην ανωτέρω σχέση ο πρώτος όρος αφορά την επιδραση του MgSO₄ ο δεύτερος του H₃BO₃ και ο τρίτος της συνεκτικότητας. f_1 και f_2 είναι οι συχνότητες χαλάρωσης (αντίστροφες του χρόνου χαλάρωσης) που υπολογίζονται συναρτήσει της θερμοκρασίας, ενώ οι εμπειρικοί συντελεστές A , B και C εξαρτώνται επίσης από τη θερμοκρασία, ενώ οι B και C και από την πίεση.

Γενικά, βλέπουμε ότι ο συντελεστής απορρόφησης αυξάνει με το τετράγωνο της συχνότητας, γεγονός που καθιστά τις πολύ υψηλές συχνότητες μη αποδοτικές στο

νερό για τις συνήθεις εφαρμογές της ακουστικής ωκεανογραφίας, ή τουλάχιστον όχι το ίδιο αποδοτικές με τις χαμηλές συχνότητες.

Να σημειώσουμε τέλος ότι συντελεστής απορρόφησης ορίζεται και για τα θαλασσινά ιζήματα και μάλιστα έχει σχετικά μεγαλύτερη σημασία στην ακουστική διάδοση. Οι μηχανισμοί απορρόφησης είναι ασφαλώς διαφορετικοί σε σχέση με εκείνους του νερού, ωστόσο έχουν το ίδιο αποτέλεσμα για ένα ακουστικό κύμα με εκείνους του νερού : Απορροφούν ενέργεια και οδηγούν σε φυσική εξασθένηση του κύματος. Για τυπικές τιμές του συντελεστή απορρόφησης στα θαλασσινά ιζήματα παραπέμπομε στο Παράρτημα Γ.

3.4 Η εξίσωση SONAR

Ο όρος SONAR προέρχεται από την έννοια «**S**ound **N**avigation and **R**anging» που περιγράφει ουσιαστικά τις αρχικές χρήσεις του ήχου στη θάλασσα. Η εξίσωση του SONAR συνδέει σε λογαριθμική κλίμακα κρίσιμα μεγέθη που υπεισέρχονται στη διαδικασία διάδοσης και λήψης ενός ακουστικού σήματος και αποσκοπεί κυρίως στο να αποδώσει με απλό τρόπο τα ποσοτικά χαρακτηριστικά του σήματος που λαμβάνεται σε ένα δέκτη. Η χρήση της εξίσωσης SONAR για επιχειρησιακούς λόγους είναι αυτονόητη. Στο κεφάλαιο αυτό συνοψίζουμε τα βασικά συστατικά της εξίσωσης του SONAR με έμφαση στα μεγέθη που έχουμε δει μέχρι τώρα. Πρόσθετες έννοιες και αντίστοιχα μεγέθη παρουσιάζονται επίσης, χωρίς όμως εμβάθυνση στους τρόπους υπολογισμού τους.

3.4.1 Βασικά μεγέθη

Παρατίθενται τα βασικά μεγέθη που υπεισέρχονται στην εξίσωση του SONAR με τους αντίστοιχους συμβολισμούς τους :

- **SL: Επίπεδο πηγής** (Source Level).

Το επίπεδο της πηγής αναφέρεται κατά σύμβαση σε απόσταση 1 m από αυτήν και δίδεται από τη σχέση

$$SL = 10 \log_{10} \frac{|p_0|^2}{|p_{ref}|^2} \text{ dB re } p_{ref} \quad (3.4.1)$$

Όπου p_0 είναι η πίεση σε απόσταση 1 m από την πηγή. Ως πίεση αναφοράς p_{ref} λαμβάνεται κατά σύμβαση το $1 \mu\text{Pa}$ (10^{-6} N/m^2). Σημειώνουμε ότι σε πολλά εγχειρίδια ο ορισμός δίδεται μέσω της αντίστοιχης έντασης του σήματος. Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει η ένταση αναφοράς να αναφέρεται στην πίεση αναφοράς.

- ***EL : Επίπεδο Λήψης*** (Echo Level)

Πρόκειται για την ένταση του σήματος λήψης στο δέκτη, εκφρασμένη σε μονάδες dB. Σε αντιστοιχία με το επίπεδο πηγής θα έχουμε :

$$EL = 10 \log_{10} \frac{|p_2|^2}{|p_{ref}|^2} \text{ dB re } p_{ref} \quad (3.4.2)$$

όπου έχουμε υιοθετήσει το συμβολισμό p_2 για την πίεση στο δέκτη.

- ***TL : Απώλεια διάδοσης*** (Transmission Loss)

Πρόκειται για την απώλεια έντασης του σήματος κατά τη διάδοση του στο θαλάσσιο περιβάλλον όπως την ορίσαμε ήδη. Για λόγους πληρότητας επαναλαμβάνουμε τον ορισμό :

$$TL = -20 \log_{10} \frac{|p_2|}{|p_1|} \quad (3.2.13)$$

Στην εξίσωση SONAR η θέση 1 αντιστοιχεί συνήθως στην πίεση του σήματος σε απόσταση 1 μέτρο από την πηγή. Επομένως εδώ $p_1 = p_0$.

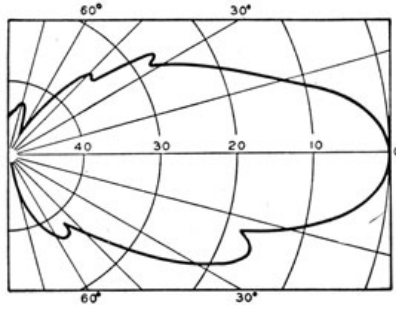
Η απώλεια διάδοσης στην περίπτωση που ληφθεί υπ όψιν και η φυσική εξασθένηση του ήχου προκύπτει ως άθροισμα της γεωμετρικής απώλειας TL_{geom} που αντιστοιχεί στην απώλεια διάδοσης που είδαμε στο κεφάλαιο 3.2 (σχέση 3.2.22) και της φυσικής απώλειας T_{abs} που προκύπτει από τη μείωση της μέσης τετραγωνικής πίεσης λόγω φυσικής απορρόφησης (σχέση 3.3.6).

- ***NL : Επίπεδο θορύβου*** (Noise Level)

Για τον θόρυβο στο θαλάσσιο περιβάλλον θα μιλήσουμε στο κεφάλαιο 4.2.3 . Στο σημείο αυτό δίνουμε τον ορισμό του επιπέδου θορύβου, ως τον λόγο της έντασης του θορύβου σε ένα σημείο στη θάλασσα ως προς την ένταση αναφοράς που έχει χρησιμοποιηθεί για τον ορισμό του επιπέδου πηγής. Προσέξτε και εδώ την αντιστοιχία της έντασης αναφοράς με τη μέση τετραγωνική πίεση αναφοράς,

- ***DI Δείκτης Κατευθυντότητας*** (Directivity Index)

Ο δείκτης κατευθυντότητας εκφράζει ποσοτικά το γεγονός ότι η εκπομπή από κάποια πηγή ή η λήψη ακουστικής ενέργειας από κάποιο δέκτη δεν γίνεται συνήθως ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Στο σχήμα 3.12 φαίνεται ένα διάγραμμα κατευθυντότητας (σε δύο διευθύνσεις) τυπικού μετάλλακτη (transducer) υποβρύχιας χρήσης που χρησιμοποιείται ως πηγή. Η διεύθυνση μεγιστης εκπομπής είναι στις 0^0 ενώ σημειώνονται και οι διευθύνσεις εκπομπής 30^0 και 60^0 . Οι κύκλοι υποδηλώνουν τη μείωση της έντασης εκπομπής ως προς τη μέγιστη σε μονάδες dB.



Σχήμα 3.12 Τυπικό πολικό διάγραμμα κατευθυντότητας υδροφώνου

Ας θεωρήσουμε μία κατευθυντική πηγή στον άξονα της οποίας (διεύθυνση μέγιστης εκπομπής) η πίεση σε απόσταση r από το κέντρο της είναι p_{ax} . Εάν η πηγή εξέπεμπε την ίδια ενέργεια με σφαιρική συμμετρία, η πίεση στην ίδια απόσταση θα ήταν p_s . Είναι προφανές ότι στα πλαίσια της διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε $p_{ax} > p_s$. Ορίζεται ως κατευθυντότητα της πηγής το μέγεθος

$$D = \frac{p_{ax}^2}{p_s^2} = \frac{I_{ax}}{I_s} \quad (3.4.3)$$

που όπως βλέπουμε εξφράζει το λόγο των εντάσεων του ακουστικού κύματος στην κατεύθυνση του άξονα, σε σχέση με την ένταση παντοκατευθυντικής πηγής στην ίδια απόσταση.

Ο δείκτης κατευθυντότητας εκφράζει το λόγο αυτό σε μονάδες dB και είναι :

$$DI = 10 \log_{10} D \quad (3.4.4)$$

Συνήθως, στην εξίσωση του SONAR ο δείκτης κατευθυντότητας αναφέρεται στο δέκτη. Ο δέκτης έχει επίσης μία διεύθυνση μέγιστης λήψης και εάν προσανατολιστεί σε αυτή, θα ελαχιστοποιήσει το λόγο σήματος προς θόρυβο, βελτιώνοντας την ποιότητα λήψης. Ο ορισμός του δείκτη κατευθυντότητας παραμένει ο ίδιος με αναγωγή της έννοιας της πίεσης εκπομπής σε εκείνη της λήψης, που συγκρίνεται με την πίεση λήψης σε περίπτωση παντοκατευθυντικού δέκτη.

TS Target Strength (Ισχύς Στόχου)

Ως ισχύ στόχου ορίζουμε σε μονάδες dB, το μέτρο της ικανότητα ενός στόχου να ανακλά ακουστική ενέργεια που προσπίπτει σε αυτόν προς την κατεύθυνση του δέκτη. Με απλή θεώρηση ορίζεται ως ο λόγος της έντασης του ανακλώμενου σήματος σε απόσταση 1 μέτρο από τον στόχο I_{ref} ως προς την ένταση πρόσπτωσης I_{in} εκφρασμένος σε dB.

$$TS = 10 \log_{10} \frac{I_{ref}}{I_{in}} \quad (3.4.5)$$

Η ισχύς του στόχου υπολογίζεται πειραματικά και διαφέρει πολύ ανάλογα με το είδος του στόχου, εξαρτάται δε από τη γεωμετρία, το μέγεθος, την ακουστική αντίσταση του στόχου, καθώς και από τη συχνότητα του προσπίπτοντος ακουστικού σήματος.

Αν μπούμε σε καποιες λεπτομέρειες ως προς την ισχύ στόχου θα ορίσουμε την *ενεργό επιφάνεια* ενός στόχου σ , ως την επιφάνεια που αντιλαμβάνεται τον προσπίπτοντα κυματισμό. Η ανάκλαση γίνεται προς όλες τις κατευθύνσεις και επομένως η επιφάνεια που «βλέπει» η εκπεμπόμενη ενέργεια θα είναι $A = 4\pi r^2$ και σε απόσταση ενός μέτρου $A = 4\pi$. Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας η προσπίπτουσα ισχύς είναι ίση με την ανακλώμενη οπότε παίρνομε :

$$I_{in} \sigma = I_{ref} 4\pi \Rightarrow \frac{I_{ref}}{I_{in}} = \frac{\sigma}{4\pi} \quad (3.4.6)$$

και

$$TS = 10 \log_{10} \frac{\sigma}{4\pi} \quad (3.4.7)$$

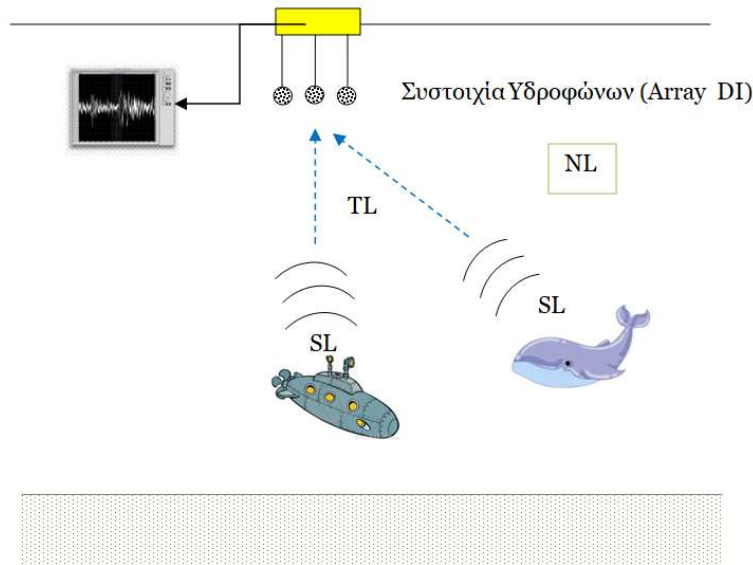
που είναι μία εναλλακτική έκφραση για την ισχύ στόχου σε περίπτωση που για ένα στόχο είναι γνωστή η ενεργός επιφάνεια. Η ισχύς στόχου μπορεί να είναι θετική ή αρνητική ανάλογα με την φύση του στόχου. Στόχοι με αρνητική ισχύ είναι πιο δύσκολο να εντοπισθούν.

- **RL Επίπεδο Αντήχησης (Reverberation Level)**

Η αντήχηση (reverberation) προέρχεται από τη σκέδαση ενός σήματος από ανομοιογένειες του περιβάλλοντος, αλλά και από τις ανομοιογένειες των επιφανειών των συνόρων ενός ακουστικού μέσου. Είναι βασική παράμετρος της αρχιτεκτονικής ακουστικής καθορίζοντας την ποιότητα ακρόασης (ακουστικού πεδίου) σε ένα χώρο, αλλά και στη θαλάσσια ακουστική είναι σημαντική καθώς καθορίζει αντίστοιχα την ποιότητα λήψης και τη δυνατότητα αξιοποίησης ενός σήματος. Στη θάλασσα συνήθως διακρίνεται σε αντήχηση μέσου (volume) και αντήχηση συνόρων (surface) και μπορεί να εκτιμηθεί με κατάλληλα μοντέλα. Στην εξίσωση SONAR εισάγεται με μονάδες dB. Δεν θα επεκταθούμε περισσότερο στον όρο αυτό αλλά θα τον συναντήσουμε στις αντίστοιχες εξισώσεις εξηγώντας τον ρόλο του.

- **DT Κατώφλι Εντοπισμού (Detection Threshold)**

Ένα ακουστικό σήμα λαμβάνεται στο δέκτη αφού υποστεί τις μεταβολές και τις αλλοιώσεις που του επιβάλει το περιβάλλον, ενώ σημαντικό ρόλο στην λήψη του σε κατάλληλα επίπεδα ώστε να είναι αξιοποιήσιμο παίζει και ο θόρυβος ανάμεσα στον οποίο πρέπει να αναγνωριστει το σήμα. Όσο πιο ισχυρό είναι το σήμα, τόσο καλύτερα είναι τα ποιοτικά του χαρακτηριστικά και τόσο πιο εύκολα μπορεί να αξιοποιηθεί. Το κατώφλι εντοπισμού εκφρασμένο σε μονάδες dB αποδίδει το αποδεκτό όριο στο δέκτη που θα πρέπει να έχει η ένταση του σήματος λήψης προκειμένου να αναγνωρισθει και να αξιοποιηθεί. Ορίζεται για κάθε σύστημα ανάλογα με τις προδιαγραφές του με βάση συγκεκριμένους κανόνες ως προς την πιθανότητα αναγνώρισης του σήματος.



Σχήμα 3.13 Σχηματική παράσταση παθητικού SONAR

3.4.2 Εξίσωση παθητικού SONAR

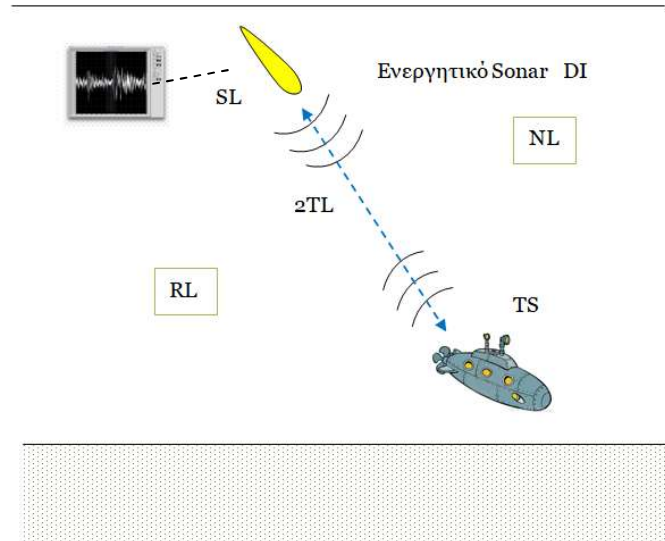
Θα θεωρήσουμε τώρα την απλή περίπτωση της λήψης ενός σήματος από σύστημα ακρόασης. Το σύστημα ακρόασης δεν εκπέμπει ήχο αλλά λαμβάνει ήχους από το περιβάλλον και από τις μεμονωμένες πηγές (π.χ θαλάσσια θηλαστικά, υποβρύχια κ.λ.π.). Σχηματική παράσταση ενός παθητικού SONAR δίδεται στο Σχήμα 3.13. Η πηγή εκπέμπει ακουστικά σήματα επιπέδου SL , τα οποία οδεύουν στο θαλάσσιο περιβάλλον, υφίστανται ως προς την έντασή τους απώλεια TL και λαμβάνονται στο δέκτη που μπορεί να είναι μια συστοιχία υδροφώνων με δείκτη κατευθυντότητας DI . Η λήψη γίνεται σε περιβάλλον θορύβου που αποδίδεται από το NL .

Η εξίσωση του παθητικού SONAR στην απλή της μορφή είναι :

$$EL = SL - TL - (NL - DI) \quad (3.4.8)$$

Το επίπεδο λήψης του σήματος θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο του κατωφλίου εντοπισμού για ικανοποιητική λήψη ($EL > DT$). Σε πολλά εγχειρίδια, στη θέση του EL στην εξίσωση του SONAR μπαίνει το DT , προκειμένου να ρυθμιστούν όλοι οι υπόλοιποι παράγοντες, που μπορεί να καθορισθούν από το χρήστη και να οδηγήσουν σε βέλτιστη λήψη του σήματος.

Επίσης στην ως άνω μορφή της εξίσωσης SONAR, το επίπεδο λήψης ισοδυναμεί με τον «Λόγο Σήματος προς Θόρυβο» που συμβολίζεται με $L_{S/N}$. Έτσι υπάρχει και η περίπτωση να δει κανείς την εξίσωση γραμμένη έτσι ώστε στη θέση του EL , να έχουμε το $L_{S/N}$. Να παρατηρήσουμε επίσης ότι όταν ο δέκτης είναι παντοκατευθυντικός, $DI=0$.



Σχήμα 3.14 Σχηματική παράσταση μονοστατικού ενεργητικού SONAR

3.4.3 Εξίσωση ενεργητικού SONAR

Στην περίπτωση του ενεργητικού **μονοστατικού** (*monostatic*)¹⁰ SONAR (Σχήμα 3.14), κάποια συσκευή εκπέμπει ένα ηχητικό σήμα το οποίο αφού ανακλαστεί στο στόχο, επιστρέφει στη συσκευή που λειτουργεί και ως στοιχείο λήψης. Επομένως χαρακτηρίζεται και από το δείκτη κατευθυντότητας DI . Η απώλεια διάδοσης στην απλή περίπτωση που εκπεμπόμενη και επιστρέφουσα ακουστική ενέργεια ακολουθούν την ίδια πορεία είναι $2TL$. Ο δέκτης χαρακτηρίζεται από ισχύ TS . Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η κατευθυντότητα του πομπού λαμβάνεται συνήθως υπ' όψιν στον υπολογισμό της απώλειας διάδοσης και δεν υπεισέρχεται στην εξίσωση ως πρόσθετος όρος.

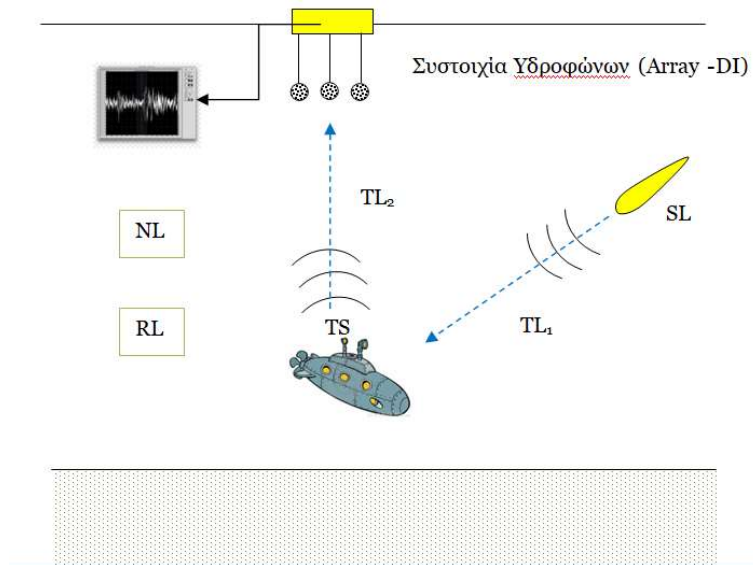
Συνήθως γίνεται η διάκριση ενός περιβάλλοντος έντονης αντήχησης (*reverberation limited*, R-L) ή περιβάλλοντος έντονου θορύβου (*noise limited*, N-L). Στην πρώτη περίπτωση ο όρος RL αντικαθιστά τον όρο $NL-DI$ που είδαμε στην εξίσωση του παθητικού SONAR. Έτσι λοιπόν έχουμε δύο διαφορετικές εξισώσεις ανάλογα με την κατάσταση του περιβάλλοντος :

$$R-L \rightarrow EL = SL - 2TL + TS - RL > DT \quad (3.4.9\alpha)$$

$$N-L \rightarrow EL = SL - 2TL + TS - (NL - DI) > DT \quad (3.4.9\beta)$$

Σημειώνουμε ότι υπάρχει και η περίπτωση σε εφαρμογές ενεργητικού SONAR, η πηγή και ο δέκτης να βρίσκονται σε διαφορετικές διατάξεις (Σχήμα 3.15).

¹⁰ Μονοστατικό καλείται ένα SONAR όταν πηγή και δέκτης βρίσκονται στην ίδια διάταξη.



Σχήμα 3.14 Σχηματική παράσταση διστατικού ενεργητικού SONAR

Στην περίπτωση αυτή αναφερόμαστε σε **διστατικό** (*bistatic*) SONAR και στις ανωτέρω σχέσεις αλλάζει η απώλεια διάδοσης που αποτελείται πλέον από δύο προσθετούς που αφορούν απώλεια από την πηγή στο στόχο (TL_1) και από το στόχο στο δέκτη (TL_2) αντίστοιχα

$$R-L \rightarrow EL = SL - (TL_1 + TL_2) + TS - RL > DT \quad (3.4.10\alpha)$$

$$N-L \rightarrow EL = SL - (TL_1 + TL_2) + TS - (NL - DI) > DT \quad (3.4.10\beta)$$

Σημειώνουμε καταληκτικά ότι στην εξίσωση SONAR μπορούν να υπεισέλθουν περισσότεροι όροι, εάν μπορούν να μοντελοποιηθούν με μεγαλύτερη λεπτομέρεια οι μηχανισμοί εισαγωγής ακουστικής ενέργειας στο σύστημα (π.χ. από εξωτερικές πηγές, ή από φαινόμενα αντήχησης) καθώς επίσης και να διαχωριστούν οι όροι που αναφέρονται σε απώλεια διάδοσης, ώστε εκφραστούν χωριστά η απώλεια διάδοσης στην υδάτινη στήλη και απώλεια διάδοσης πυθμένα. Αυτό μπορεί να είναι χρήσιμο σε περιπτώσεις προσεγγιστικού υπολογισμού της απώλειας διάδοσης σε μεγάλες αποστάσεις και σε ρηχές θάλασσες όταν χρησιμοποιείται η θεωρία ακτίνων για τον υπολογισμό του ακουστικού πεδίου. Λεπτομέρειες αυτής της μορφής δεν θα μας απασχολήσουν.