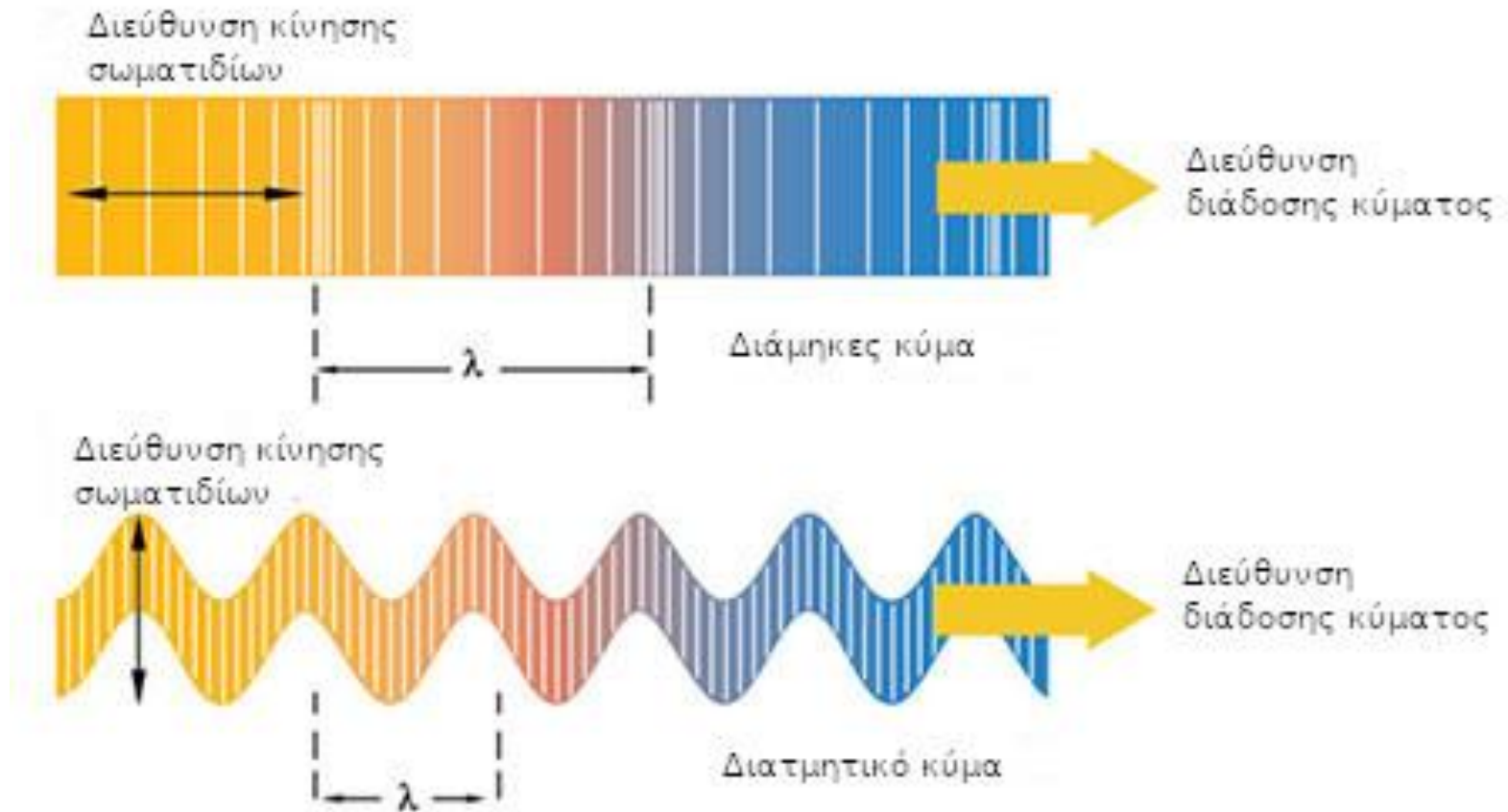


Διάδοση σε ελαστικούς  
χώρους

Φαινόμενα ανάκλασης  
και διάθλασης

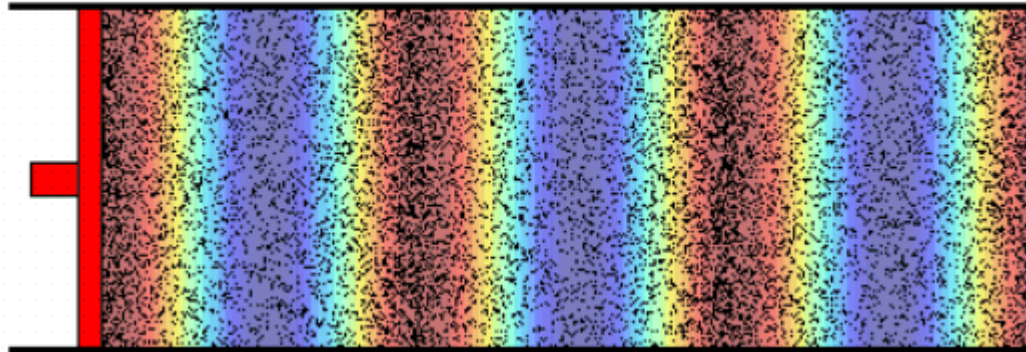
## Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

# Διαμήκη και διατμητικά κύματα

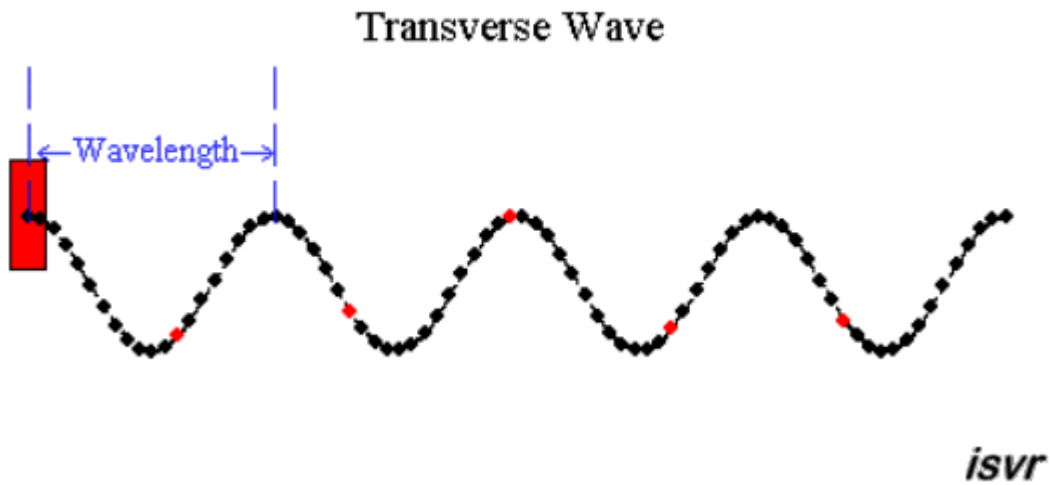


# Διάμηκες κύμα

Longitudinal Wave



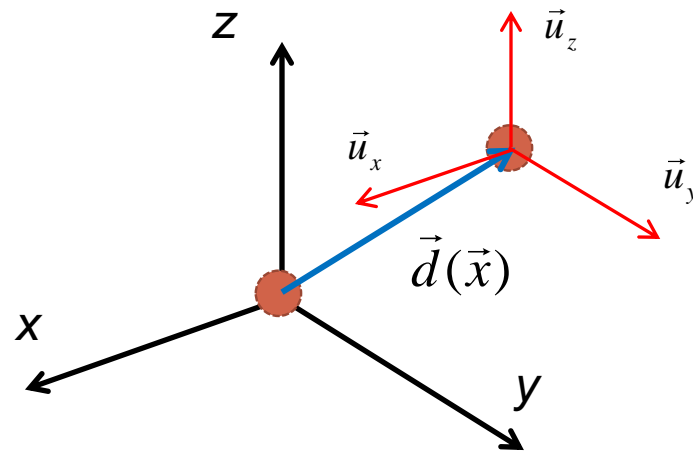
# Εγκάρσιο κύμα



# Ταχύτητα στοιχειωδών σωματιδίων και μετατόπιση

$$\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$$

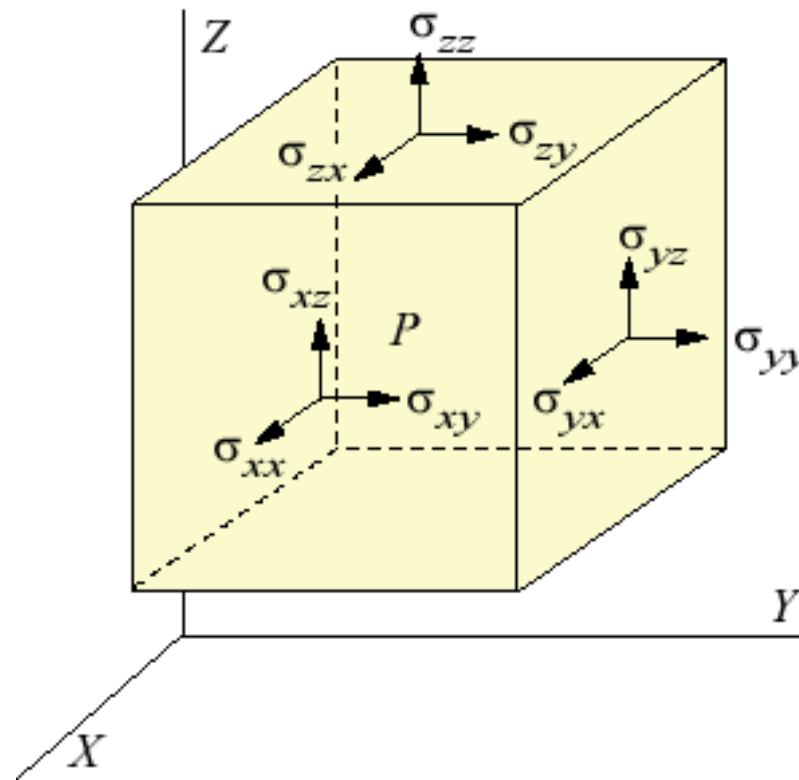
$$\vec{d} = (d_x, d_y, d_z)$$



# Από τη Μηχανική των στερεών σωμάτων

## Τάση $\sigma$ - παραμόρφωση $\varepsilon$

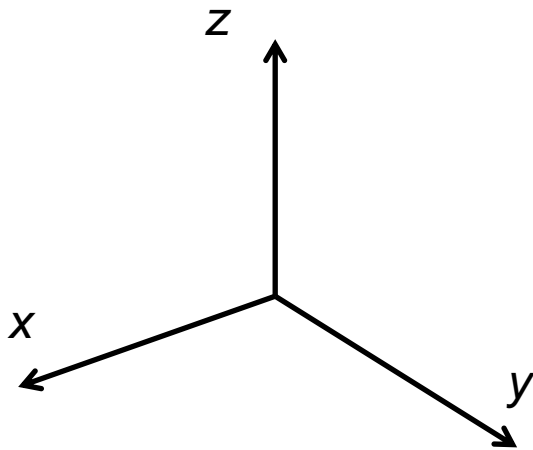
Τάση = Δύναμη/Επιφάνεια



# Από τη Μηχανική των στερεών σωμάτων

## Τάση $\sigma$ - παραμόρφωση $\varepsilon$

Παραμόρφωση = Μεταβολή μήκους/μονάδα μήκους



$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial x_j} + \frac{\partial d_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_x}{\partial y} + \frac{\partial d_y}{\partial x} \right)$$

# Από τη Μηχανική των σωμάτων

## Τάση $\sigma$ - παραμόρφωση $\varepsilon$

$$E \equiv \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Μέτρα ελαστικότητας

$$K = -V \frac{\partial p}{\partial V}$$

Μέτρο διόγκωσης

$$K = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho}$$

$$c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Ταχύτητα ήχου στα ρευστά



## Ρευστά μέσα

$$\nabla \times \vec{u} = 0$$

Η ταχύτητα των στοιχειωδών  
σωματιδίων είναι «αστρόβιλο»  
μέγεθος

$$\vec{u} = \nabla \Phi_u$$

$$\vec{d} = \nabla \Phi$$

Δυναμικό μετατόπισης

## Ρευστά μέσα

$$\vec{d} = \nabla \Phi$$

$$p_1 = -K \nabla \cdot \vec{d} \quad \text{Νόμος Hooke}$$

$$p_1 = -K \nabla^2 \Phi$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

## Ρευστά μέσα

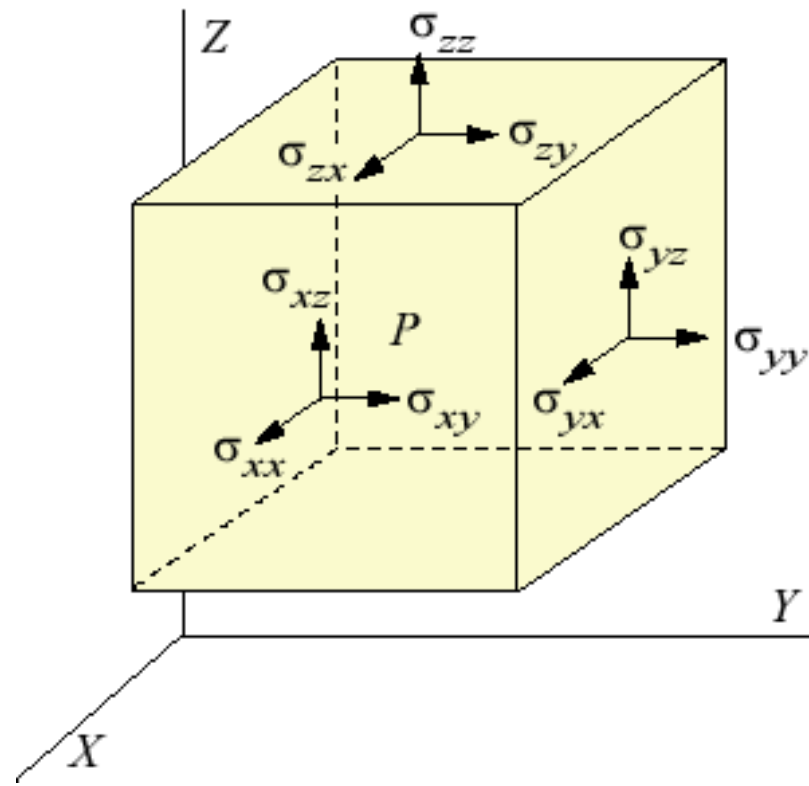
$$p_1 = -K \nabla \cdot \vec{d}$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

$$c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad K = \rho c^2$$

$$p_1 = -\rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

## Στερεά μέσα τανυστής τάσεων



## Στερεά μέσα (ελαστικά και ισότροπα)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial x_j} + \frac{\partial d_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{Παραμόρφωση (strain)}$$

Σταθερες Lamé

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{Νόμος Hooke}$$

$$\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \quad \text{Ανηγμένη διόγκωση}$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + \mu \left( \frac{\partial d_i}{\partial x_j} + \frac{\partial d_j}{\partial x_i} \right)$$

2<sup>ος</sup> Νόμος Newton




$$\rho \frac{\partial^2 d_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

$$-\nabla p_1 = \rho_0 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t}$$


## Στερεά μέσα

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{d}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{d}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \vec{d})$$

Σεισμική εξίσωση

Περιστροφή :   $\nabla^2 (\nabla \times \vec{d}) - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 (\nabla \times \vec{d})}{\partial t^2} = 0$

$$c_s^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

Απόκλιση :   $\nabla^2 (\nabla \cdot \vec{d}) - \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 (\nabla \cdot \vec{d})}{\partial t^2} = 0$

$$c_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

$$\vec{d} = \nabla \Phi + \nabla \times \Psi$$

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$\mu \equiv G$$

Μέτρο ελαστικότητας  
(shear modulus)

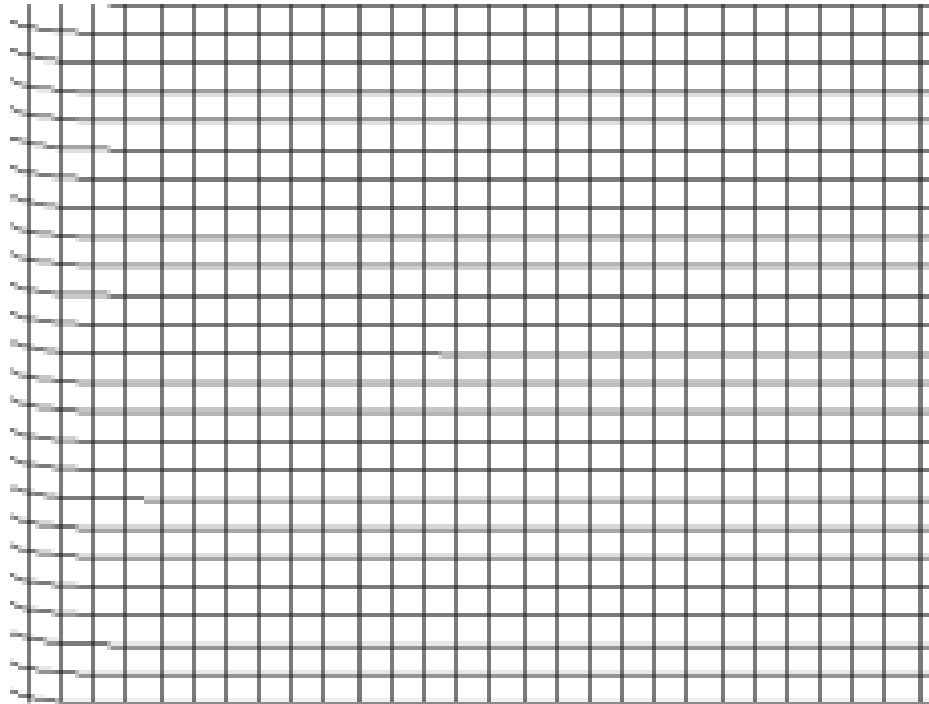
$$K = \lambda + (2/3)\mu$$

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$$\mu = 0, \quad K = \lambda, \quad c_p = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}}$$



## Διάδοση επίπεδου διατμητικού κύματος



# Προβολή διάδοσης σφαιρικού διατμητικού κύματος στο επίπεδο

