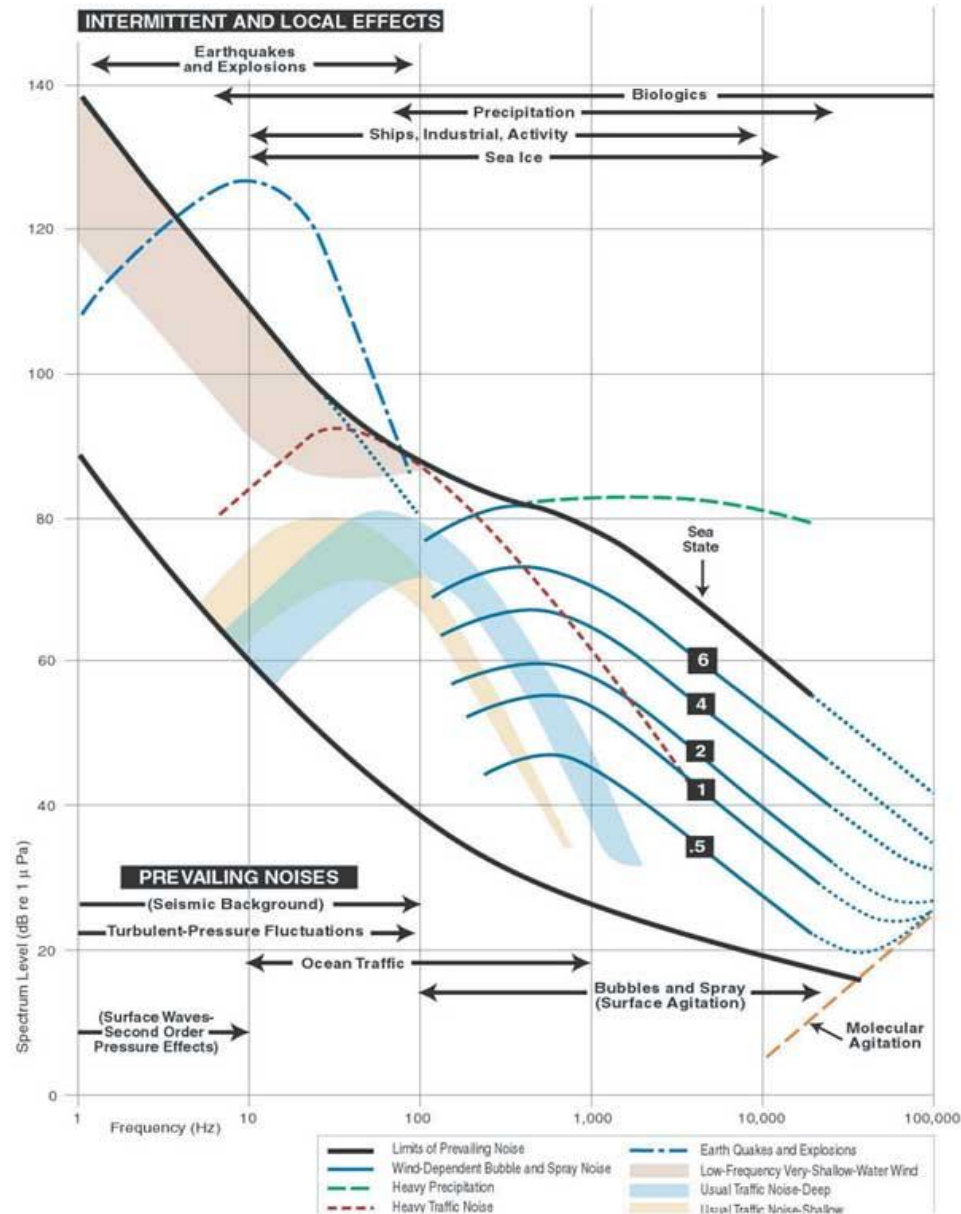


Θόρυβος Θαλάσσιου
περιβάλλοντος

Συσχέτιση ακουστικών
σημάτων

Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

Ο Θόρυβος στο Θαλάσσιο Περιβάλλον



Συσχέτιση ακουστικών σημάτων

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n = 0 \quad \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n = 0 \quad \text{Μέσες τιμές}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n^2 \quad \text{Μέσες τετραγωνικές τιμές}$$

$$e^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\left(C_{xy}(k) \frac{x_n}{\sigma_x} \right) - \frac{y_{n+k}}{\sigma_y} \right]^2 \quad \text{Συσχέτιση}$$

Θέλουμε ελαχιστοποίηση του $e^2(k)$

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial C_{xy}(k)} = 0$$

Συσχέτιση ακουστικών σημάτων

$$e^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\left(C_{xy}(k) \frac{x_n}{\sigma_x} \right) - \frac{y_{n+k}}{\sigma_y} \right]^2$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_{n+k}$$

Συνάρτηση συσχέτισης (**correlation**)

$\in [1, -1]$

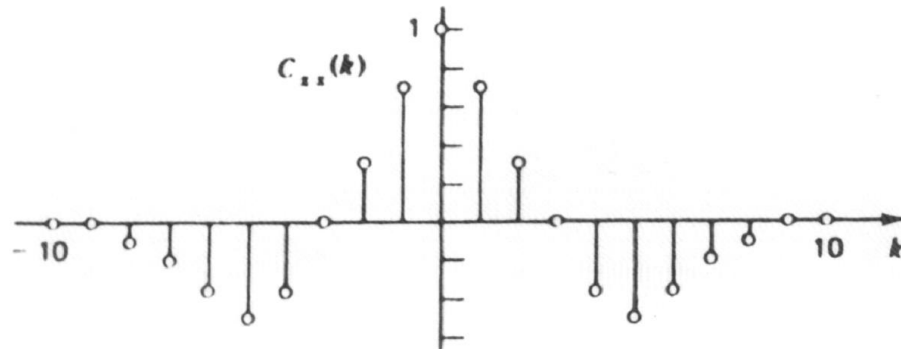
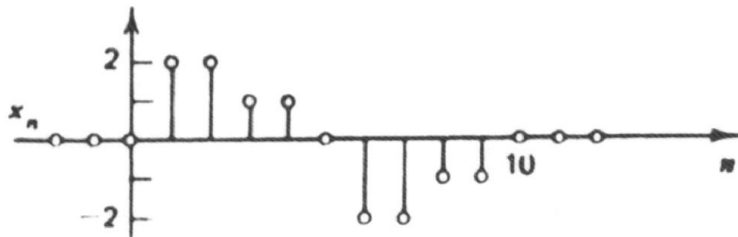
$C_{xy}(k) = 0$ \longrightarrow Σήματα ασυσχέτιστα (ανόμοια)

Για όμοια σήματα : $C_{xy}(k) : \max$ \longrightarrow Μετατόπιση k

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* y_{n+k}$$

Τα σήματα είναι εν γένει μιγαδικά

$\text{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = \langle x^* y(k) \rangle$ **Συνάρτηση συνδιακύμανσης (covariance)**



Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function)

$$C_{xx}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_x N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* x_{n+k}$$

$$\text{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = \langle x^* y(k) \rangle$$

Για ένα συνεχές σήμα $x(t)$ διάρκειας T του οποίου γίνεται δειγματοληψία με N ισαπέχοντα κατά Δt χρονικά δείγματα

$$N = T / \Delta t$$

$$x_n = x(n\Delta t) = x(t_n)$$

Ένα δεύτερο σήμα $y(t)$

$$y_{n+k} = y(t_n + \tau)$$

Μπορεί να εφαρμοστεί αντίστοιχη θεωρία για τη συσχέτιση τους

$$x_n \rightarrow x(t), \quad y_{n+k} \rightarrow y(t + \tau)$$

$$\text{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = \langle x^* y(k) \rangle$$

$$\text{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{N} \sum_n x^*(t) y(t + \tau) = \frac{1}{T} \sum_n x^*(t) y(t + \tau) \Delta t$$

$$\text{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{T} \int_0^T x^*(t) y(t + \tau) dt = \langle x^*(t) y(t + \tau) \rangle$$

$$\sigma_x^2 \equiv \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt$$

$$\sigma_y^2 \equiv \frac{1}{T} \int_0^T |y(t)|^2 dt$$

$$C_{xy}(\tau) = \frac{\text{cov}[x, y(\tau)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

Για $\sigma_x, \sigma_y \neq 0, \quad t \rightarrow \infty$

$$\sigma_x \sigma_y C_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^*(t) y(t + \tau) dt \right)$$

Μη περιοδικά σήματα

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{(I_{xx}I_{yy})^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt$$

$$C_{xx}(\tau) = \frac{1}{I_{xx}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t+\tau)dt$$

$$I_{xx} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$I_{yy} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt$$

Σήματα και θόρυβος

Ανάκλαση από επιφάνεια σήματος $x(t)$

Λήψη $a(t) = x(t - T) + n(t)$

$$a_n = x_{n-j} + n_n, \quad t = n\Delta t, \quad T = j\Delta t$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_{n+k}$$

$$\sigma_x \sigma_a C_{xa}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* (x_{n-j+k} + n_{n+k}) \quad \text{Συνδιακύμανση}$$

$$\sigma_a^2 \approx \sigma_x^2 + \sigma_n^2 \quad \text{για} \quad |C_{xn}(k)| \ll 1$$

$$C_{xa}(k) = \frac{\sigma_x}{\sigma_a} C_{xx}(k-j) + \frac{\sigma_n}{\sigma_a} C_{xn}(k)$$

Σήματα και θόρυβος

Ανάκλαση από επιφάνεια σήματος $x(t)$

$$a(t) = x(t - T) + n(t)$$

$$a_n = x_{n-j} + n_n$$

$$C_{xa}(k) = \frac{\sigma_x}{\sigma_a} C_{xx}(k-j) + \frac{\sigma_n}{\sigma_a} C_{xn}(k)$$

$$C_{xx}(k-j) \text{ max για } k=j$$

για $C_{xn} \approx 0$, $C_{xa}(k)$ είναι max για $k=j$

Εάν οι ταλαντώσεις του $C_{xa} < \sigma_x / \sigma_a$

$C_{xa}(k)$ έχει ακρότατο για $k=j$

