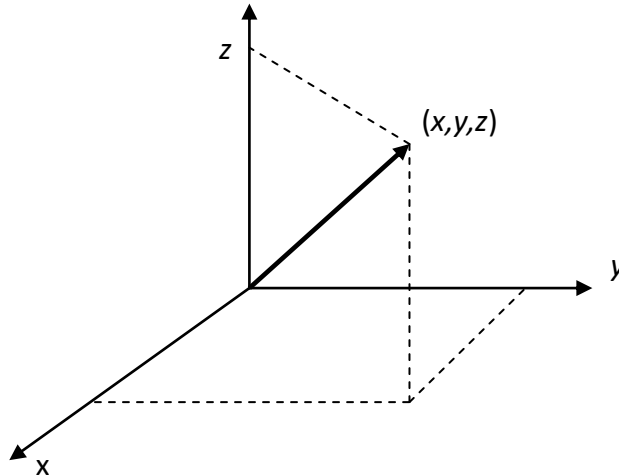


## ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ

### I. ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ



Βαθμωτή συνάρτηση  $f$

Διανυσματική συνάρτηση  $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$

Κλίση (Grad) :  $\nabla f = \vec{x} \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{y} \frac{\partial f}{\partial y} + \vec{z} \frac{\partial f}{\partial z}$

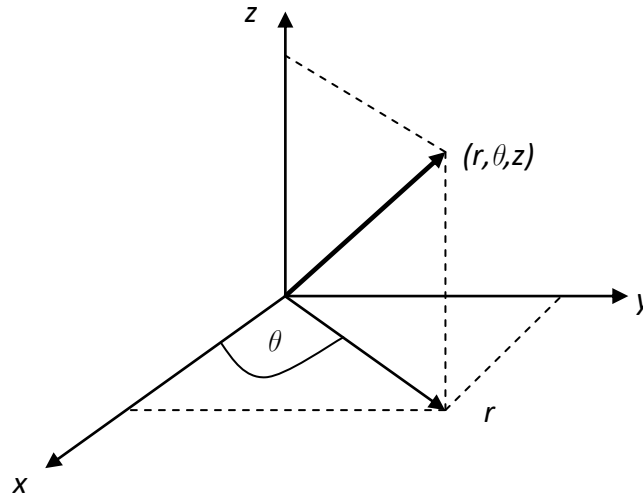
Απόκλιση (Divergence) :  $\nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

Περιστροφή ή Στροβιλισμός (Curl) :

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{y} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{z} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

## II. ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ



Διανυσματική συνάρτηση  $\vec{A} = (A_r, A_\theta, A_z)$

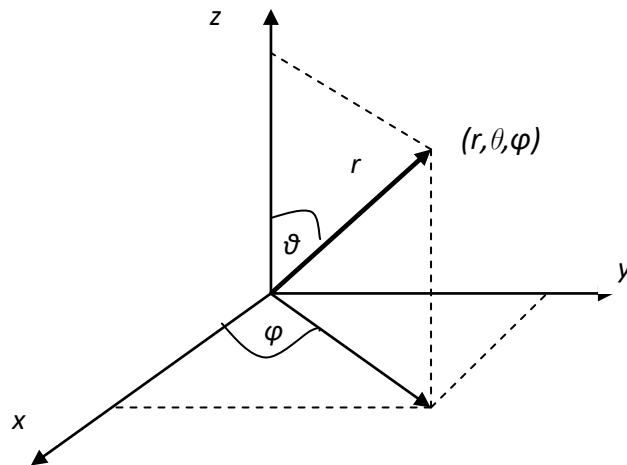
Κλίση (Grad) :  $\nabla f = \vec{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \vec{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \vec{z} \frac{\partial f}{\partial z}$

Απόκλιση (Div) :  $\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} A_\theta + \frac{\partial}{\partial z} A_z$

Περιστροφή ή Στροβιλισμός (Curl) :  $\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{r} & r\vec{\theta} & \vec{z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & rA_\theta & A_z \end{vmatrix}$

$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

## II. ΣΦΑΙΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ



Διανυσματική συνάρτηση  $\vec{A} = (A_r, A_\theta, A_\varphi)$

Κλίση (Grad) :  $\nabla f = \vec{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \vec{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \vec{\varphi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi}$

Απόκλιση (Div) :  $\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$

Περιστροφή ή Στροβιλισμός (Curl) :  $\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \vec{r} & r\vec{\theta} & r \sin \theta \vec{\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & rA_\theta & r \sin \theta A_\varphi \end{vmatrix}$

$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$