

Φυλλάδιο 4 (4.11.2022)

1. Ολοκληρώστε την $ze^{x^2+y^2}$ πάνω στο χωρίο

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, 2 \leq z \leq 3\}.$$

2. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\iint_R (x+y)^2 e^{x-y} dA,$$

όπου R είναι το χωρίο που φράσσεται από τις

$$x+y=1, \quad x+y=4, \quad x-y=-1 \quad \text{και} \quad x-y=1.$$

3. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

όπου Ω είναι το χωρίο που ορίζεται από τις συνθήκες

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad \frac{1}{2} \leq z \leq 1.$$

4. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}},$$

όπου Ω είναι το χωρίο που περιβάλλεται από τις σφαίρες

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

και βρίσκεται στο ημίχωρο $y \leq 0$.

5. Προσδιορίστε το εμβαδόν του χωρίου που έχει ως σύνορο την καμπύλη

$$(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2) \quad (\text{λημνίσκος}).$$

(πολικές)

6. Ολοκληρώστε την $x+y$ πάνω στο ορθογώνιο με κορυφές τα σημεία

$$(0, 1), \quad (1, 0), \quad (3, 4) \quad \text{και} \quad (4, 3).$$

7. Προσδιορίστε τον όγκο του ελλειψοειδούς

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1,$$

a, b, c θετικοί αριθμοί.

όλες οι ασκήσεις λύνονται με κατάλληλη αλληλαγή μεταβλητών