

## Φυλλάδιο 7

5.12.2022

1. Βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που ορίζεται από τη από τις

$$x + y + z = 1, \quad x^2 + 2y^2 \leq 1.$$

2. Βρείτε την παραμετρική αναπαράσταση του ελλειψοειδούς

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

και γράψτε το ολοκλήρωμα που δίνει το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής.

3. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_S xyz \, ds,$$

όπου το  $S$  είναι τρίγωνο με κορυφές  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$ ,  $(0, 1, 1)$ .

4. Βρείτε τη μάζα μιας σφαίρας ακτίνας  $R$ , αν σε κάθε σημείο  $(x, y, z)$  της επιφάνειας η πυκνότητα είναι ίση με την απόσταση του  $(x, y, z)$  από κάποιο σταθερό σημείο  $(x_0, y_0, z_0)$ .

5. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_S \mathbf{F} \cdot ds,$$

όπου η προσανατολισμένη επιφάνεια

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$$

με το κάθετο διάνυσμα να βλέπει "προς τα πάνω", και

$$\mathbf{F} = (x + 3y^5, y + 10xz, z - xy).$$

6. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_S \mathbf{F} \cdot ds, \quad \mathbf{F} = (x, y, -y),$$

όπου η προσανατολισμένη επιφάνεια

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1\}$$

με το κάθετο διάνυσμα να δείχνει έξω από τον κύλινδρο.