



Πέμπτη 1 Μαρτίου 2018

Διδάσκοντες: Α. Τερσένοβ, Α. Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Φυλλάδιο 4

1)[⊗]. Υπολογίστε τις μερικές παραγώγους για τις ακόλουθες συναρτήσεις:

- α). $f(x, y, z) = \sin(xy + z^2)$,
β). $g(x, y) = e^{x+y} \cos(x^2 - y^2)$,
γ). $h(x, y, z) = \ln(x^2 + 1 + \sin y)$.

2)[⊗]. Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Αποδείξτε ότι η f παραγωγίζεται στο $(0, 0)$.

3)[⊗]. Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{για } x^2 + y^2 > 0 \\ 0, & \text{για } x = y = 0 \end{cases}$$

Υπολογίστε τις μερικές παραγώγους της συνάρτησης σε ένα σημείο $(x, y) \neq (0, 0)$ και στο σημείο $(0, 0)$. Διαπιστώστε ότι στο $(0, 0)$ η συνάρτηση δεν είναι συνεχής.

4)[⊗]. Που συναντάει τον άξονα των z , το εφαπτόμενο επίπεδο της

$$z = e^{x-y},$$

στο $(1, 1, 1)$;

5). Υπολογίστε τις μερικές παραγώγους της συνάρτησης

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{x} & \text{για } x \neq 0 \\ 0 & \text{για } x = 0 \end{cases}$$

στα σημεία $(x, y) \neq (0, 0)$ και στο σημείο $(0, 0)$.

Αποδείξτε ότι η f παραγωγίζεται στο $(0, 0)$.

6). Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

α) Αποδείξτε ότι η f είναι συνεχής στο $(0, 0)$.

β) Αποδείξτε ότι υπάρχουν οι $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ τις οποίες και να προσδιορίσετε.

γ) Αποδείξτε ότι η f δεν παραγωγίζεται στο $(0, 0)$.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με $\otimes$

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο Πέμπτης)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!