

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 9 Οκτωβρίου 2025

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ

Φυλλάδιο 3

1)$^{\otimes}$ Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int\int\int_D (1+\sqrt{x^2+y^2})\, dxdydz,$$

όπου D το χωρίο που ορίζεται από

$$\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 1.$$

2)$^{\otimes}$ Αν D είναι η μοναδιαία μπάλα στον $\mathbf{R}^3$, υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int\int\int_D \frac{dxdydz}{1+(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\ ,$$

με χρήση κατάλληλης αλλαγής συντεταγμένων.

3)$^{\otimes}$ Βρείτε τον όγκο του στερεού που βρίσκεται ανάμεσα στις επιφάνειες

$$z = x^2+y^2\ ,$$

και

$$x^2+y^2+z^2 = 2\ .$$

4)$^{\otimes}$ Βρείτε τον όγκο που έχει το 'χωνάκι παγωτό' που ορίζεται από τις ανισότητες

$$x^2+y^2 \leq z^2\ ,$$

και

$$0 \leq z \leq 2+\sqrt{4-x^2-y^2}\ .$$

5) Η απεικόνιση $T(u,v) = (u^2-v^2, 2uv) = (x,y)$, μετασχηματίζει το ορθογώνιο $1 \leq u \leq 2$, $1 \leq v \leq 3$ του επιπέδου uv σε ένα χωρίο D του επιπέδου xy.
(α) Να αποδείξετε ότι ο T είναι 1-1.
(β) Να βρεθεί το εμβαδόν του D.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με $\otimes$

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!