



Πέμπτη 6 Ιουνίου 2024

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Θέμα 1. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \quad t \in \mathbf{R}.$$

Θέμα 2. Να βρεθεί η λύση της ΔΕ

$$y(x^2 + y^2) + 2xy + 2x + 2 + (x(x^2 + y^2) + 2x^2 + 2y)y'(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R},$$

σε πεπλεγμένη μορφή, εαν είναι γνωστό ότι υπάρχει ολοκληρωτικός παράγοντας της μορφής

$$\mu(x, y) = f(xy), \quad f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}.$$

Θέμα 3. Να λυθεί το ΠΑΤ (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned} x u_t(x, t) - t u_x(x, t) &= x u(x, t), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= x^2, \quad x \in \mathbf{R}, . \end{aligned}$$

Θέμα 4. Να βρεθεί η γενική λύση του προβλήματος

$$\begin{aligned} u_t(x, t) &= u_{xx}(x, t) - 2u_x(x, t) \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(0, t) &= 0, \quad t > 0, \\ u(\pi, t) &= 0, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες.

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας διατυπώνοντας τα θεωρήματα που κάνετε χρήση.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!