ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 3 Μαρτίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 2

1). Να βρεθεί η γενική λύση του Προβλήματος Συνοριακών Τιμών

$$\begin{aligned} u_{tt}(x,t) &= 4u_{xx}(x,t), \;\; 0<x<\pi, \;\; t>0, \\ u(0,t) &= 0, \;\; t\geq 0, \\ u_x(\pi,t) &= 0, \;\; t\geq 0. \end{aligned}$$

2). Υπάρχουν μη τετριμμένες λύσεις του προβλήματος

$$\begin{aligned} u_{xx}(x,t) &+ u_{xt}(x,t) - u_t(x,t) = 0, \;\; 0<x<1, \;\; t>0, \\ u(0,t) &= u(1,t) = 0, \;\; t\geq 0, \end{aligned}$$

στη μορφή

$$u(x,t) = A(x)T(t)?$$

3). Δίνεται το παραλληλόγραμμο με κορυφές $A(0,0)$, $B(1,3)$, $C(5,3)$, $D(4,0)$. Να βρεθεί η γενική μορφή των Αρμονικών συναρτήσεων u στα εσωτερικά σημεία του παραλληλογράμμου $ABCD$ που επιπρόσθετα ικανοποιούν

$$u(x,3x) = 0, \;\; x\in[0,1], \quad \& \;\; u(x,3(x-4)) = 0, \;\; x\in[4,5].$$

Υπόδειξη: Εισάγετε νέο σύστημα συντεταγμένων

$$u(x,t) = v(\xi,\eta), \;\; \xi = 3x-y, \;\; \eta = y,$$

(γιατί ;)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!