

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 10 Μαρτίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 3

1). Αποδείξτε ότι η Διαφορική Εξίσωση

$$u_{xx}(x,y) - 6u_{xy}(x,y) + 9u_{yy}(x,y) + u_x(x,y) - u_y(x,y) + 2u(x,y) = 0$$

είναι παραβολικού τύπου. Ποιά είναι η κανονική της μορφή;

2). Να γραφεί η Διαφορική Εξίσωση

$$u_{xx}(x,y) + (1+y^2)^2 u_{yy}(x,y) + 2y(1+y^2)u_y(x,y) = 0$$

στην κανονική της μορφή.

3). Δίνεται η Διαφορική εξίσωση

$$4y^2 u_{xx}(x,y) + 2(1-y^2)u_{xy}(x,y) - u_{yy}(x,y) - \frac{2y}{1+y^2}(2u_x(x,y) - u_y(x,y)) = 0.$$

α) Να βρεθεί η κανονική μορφή της διαφορικής εξίσωσης.

β) Να βρεθεί η γενική μορφή της λύσης της εξίσωσης.

γ) Να βρεθεί η λύση $u(x,y)$ της εξίσωσης που επιπρόσθετα ικανοποιεί

$$u(x,0) = f(x), \quad u_y(x,0) = g(x), \ x \in \mathbf{R},$$

όπου $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ είναι δοθείσες ομαλές συναρτήσεις.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!