

A32 – Κωδικοποίηση

Φυλλάδιο Ασκήσεων 5

Άσκηση 5.1 Έστω C ένας MDS κώδικας με παραμέτρους $[n, k, d]$ και πίνακα ελέγχου H .

- (i) Δείξτε ότι κάθε σύνολο $n - k$ στηλών του H είναι βάση του \mathbb{F}_q^{n-k} .
- (ii) Δείξτε ότι η ακτίνα κάλυψη ενός MDS κώδικα με παραμέτρους $[n, k, d]$ είναι $\rho \leq d - 1$.

Άσκηση 5.2 Έστω C ένας GRS κώδικας πάνω από το \mathbb{F}_q με παραμέτρους $[n, k, d]$.

- (i) Δείξτε ότι ο C περιέχεται σε ένα GRS κώδικα C' με παραμέτρους $[n, k + 1, d - 1]$.
- (ii) Δείξτε ότι υπάρχει διάνυσμα $y \in \mathbb{F}_q^n$ με απόσταση τουλάχιστον $d - 1$ από τον C .
Υπόδειξη: δείξτε ότι κάθε διάνυσμα $y \in C' \setminus C$ έχει τη ζητούμενη απόσταση.
- (iii) Δείξτε ότι η ακτίνα κάλυψης του C είναι $d - 1$.

Άσκηση 5.3 Βρείτε όλα τα $k \in \mathbb{N}$ τέτοια ώστε να υπάρχει δυαδικός κυκλικός $[9, k]$ κώδικας.

Άσκηση 5.4 Έστω C ένας δυαδικός κυκλικός κώδικας μήκους $n \geq 3$ με γεννήτορα το πολυώνυμο $g(x) \neq 1$, όπου το n είναι ο ελάχιστος φυσικός τέτοιος ώστε το $g(X)$ διαιρεί το $X^n - 1$. Δείξτε ότι η ελάχιστη απόσταση του C είναι τουλάχιστον 3.

Άσκηση 5.5 Έστω C ένας κυκλικός $[n, k]$ κώδικας πάνω από το \mathbb{F}_q , όπου $(n, q) = 1$. Δείξτε ότι το διάνυσμα $(1, 1, \dots, 1)$ ανήκει στον C αν και μόνο αν $X - 1 \nmid g(X)$.