

Ημερομηνία παράδοσης: Πέμπτη 25.04.2013

1η άσκηση: Έστω ένας ηλεκτρικός πίνακας με τρεις λάμπες στην πρώτη σειρά και τέσσερις στη δεύτερη. Έστω X (αντίστοιχα Y) η τ.μ. που δηλώνει τον αριθμό των λαμπών της πρώτης (αντίστοιχα δεύτερης) σειράς που θα καούν μετά από ένα ορισμένο χρονικό διάστημα. Έστω ότι η από κοινού πυκνότητα πιθανότητας των X και Y δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

X	Y				
	0	1	2	3	4
0	0.08	0.07	0.06	0.01	0.01
1	0.06	0.10	0.12	0.05	0.02
2	0.05	0.06	0.09	0.04	0.03
3	0.02	0.03	0.03	0.03	0.04

Να υπολογίσετε τις παρακάτω πιθανότητες: (α) $P(X = 2)$, (β) $P(Y \geq 2)$, (γ) $P(X \leq 2, Y \leq 2)$, (δ) $P(X = Y)$, (ε) $P(X > Y)$.

Λύση:

(α) Προσθέτουμε τις εισόδους της τρίτης σειράς: 0.27.

(β) Προσθέτουμε τις εισόδους των τριών τελευταίων στηλών: 0.53.

(γ) Οι εννιά εισόδοι του πάνω αριστερά υποπίνακα: 0.69.

(δ) Τα διαγώνια στοιχεία: 0.3.

(ε) Τα έξι στοιχεία της κάτω αριστερά γωνίας του πίνακα: 0.25. □

2η άσκηση: Δείτε τις ασκήσεις 23 και 24 του κεφαλαίου 3 της αναφοράς [1].

Λύση: Δείτε τις απαντήσεις στην αναφορά [1] καθώς και την παρόμοια άσκηση που κάναμε στην τάξη. □

3η άσκηση: Αν διαλέξουμε τυχαία έναν ακέραιο αριθμό από το 1 μέχρι το 100, ποιά είναι η μέση τιμή;

Λύση:

$$\frac{1}{n}(1 + \dots + n) = \frac{1}{n} \frac{n(n+1)}{2}$$

για $n = 100$. □

4η άσκηση: Έστω η φράση στα αγγλικά: "THE GIRL PUT ON HER BEAUTIFUL RED HAT".

- (1) Έστω ότι μια λέξη επιλέγεται τυχαία και έστω X ο αριθμός των γραμμάτων στην επιλεγμένη λέξη. Βρείτε τη μέση τιμή $E(X)$.
- (2) Έστω ότι επιλέγουμε τυχαία ένα γράμμα από τα 30 της παραπάνω φράσης. Αν Y είναι ο αριθμός των γραμμάτων στη λέξη στην οποία εμφανίζεται το επιλεγμένο γράμμα, ποιά είναι η τιμή της $E(Y)$;

Λύση:

- (1) Έχουμε 8 λέξεις όλες ισοπίθανες, οπότε οι δυνατές τιμές της X είναι 2, 3, 4, 9 με πιθανότητα $1/8, 5/8, 1/8, 1/8$ αντίστοιχα. Οπότε

$$E(X) = 2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{8} + 4\frac{1}{8} + 9\frac{1}{8}$$

- (2) Έχουμε 30 ισοπίθανα γράμματα, με 2 να εμφανίζονται στη μόνη λέξη με 2 γράμματα, 15 εμφανίζονται σε λέξεις με 3 γράμματα, 4 εμφανίζονται στη μόνη λέξη με 4 γράμματα και 9 εμφανίζονται στη μόνη λέξη με 9 γράμματα. Οπότε οι δυνατές τιμές της Y είναι 2, 3, 4, 9 με αντίστοιχη πιθανότητα $2/30, 15/30, 4/30, 9/30$. Άρα

$$E(Y) = 2\frac{2}{30} + 3\frac{15}{30} + 4\frac{4}{30} + 9\frac{9}{30}$$

□