

## Α' Φυλλάδιο Άσκήσεων Αναλυτικής Γεωμετρίας-Μιγαδικών Αριθμών

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

1. Δίνονται τὰ σημεῖα  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(3, 0, 1)$ ,  $C(0, 4, 2)$ .  
(α') Ὑπολογίστε τὶς συντεταγμένες ἑνὸς σημείου  $D$ , ἔτσι ὥστε τὸ  $ABDC$  νὰ εἶναι παραλληλόγραμμο.  
(β') Ὑπολογίστε τὶς συντεταγμένες ἑνὸς σημείου  $E$ , ἔτσι ὥστε τὸ  $ABCE$  νὰ εἶναι παραλληλόγραμμο.

2. Στὸ ἐπίπεδο, ποιά εἶναι ἡ γεωμετρικὴ εἰκόνα τῶν συνόλων

$$A = \{(2, y) : y \in \mathbb{R}\}, B = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, y < -3\};$$

3. Στὸν χῶρο, ποιά εἶναι ἡ γεωμετρικὴ εἰκόνα τῶν συνόλων

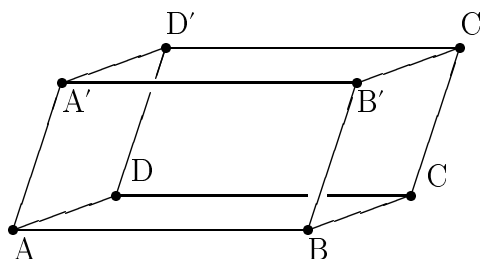
$$A = \{(1, y, -1) : y \in \mathbb{R}\}, B = \{(1, 2, z) : z \in \mathbb{R}\}, C = \{(5, y, z) : y, z \in \mathbb{R}\};$$

4. Ἀποδείξτε μὲ χρήση διανυσμάτων (ὄχι συντεταγμένες!) ὅτι ἡ εὐθεῖα ποὺ ἐνώνει τὰ μέσα  $M, N$  τῶν πλευρῶν  $AB$  καὶ  $AC$  ἑνὸς τριγώνου  $ABC$  εἶναι παράλληλη πρὸς τὴν πλευρὰ  $BC$  καὶ ἔχει μῆκος τὸ μισὸ τῆς  $BC$ .
5. Ἀποδείξτε μὲ χρήση διανυσμάτων (ὄχι συντεταγμένες!) ὅτι ἡ εὐθεῖα ποὺ ἐνώνει τὰ μέσα  $M, N$  τῶν μὴ παραλλήλων πλευρῶν  $AB$  καὶ  $CD$  ἑνὸς τραπεζίου  $ABCD$  εἶναι παράλληλη πρὸς τὶς βάσεις τοῦ τραπεζίου καὶ ἔχει μῆκος ἴσο μὲ τὸ ἡμίθροισμά τους.
6. (α') Ἐκφράστε τὸ  $\vec{w} = (-11, 12)$  ὡς γραμμικὸ συνδυασμὸ τῶν  $\vec{u} = (2, 1)$  καὶ  $\vec{v} = (3, -1)$ .  
(β') Ἐστω  $\vec{u} = (1, -1, 2)$ ,  $\vec{v} = (-1, 3, -3)$ ,  $\vec{w} = (2, 8, -1)$ ,  $\vec{x} = (1, 2, 3)$ . Ἀποδείξτε ὅτι τὰ  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  εἶναι γραμμικῶς ἐξαρτημένα, ἐνῶ τὰ  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{x}$  εἶναι γραμμικῶς ἀνεξάρτητα.

Στις παρακάτω δύο ασκήσεις τα σχήματα είναι απλώς για να υποβοηθήσουν τις έκφωνήσεις. Δεν είναι ακριβή εν σχέσει με τα δεδομένα των προβλημάτων, κάτι που δεν είναι, άλλωστε, απαραίτητο.

7. (α') Αποδείξτε ότι τα διανύσματα  $\vec{u} = (2, -1, 1)$ ,  $\vec{v} = (0, 3, -1)$ ,  $\vec{w} = (4, 1, -3)$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

(β') Στο παρακάτω σχήμα παριστάνεται ένα παραλληλεπίπεδο. Είναι γνωστό ότι  $A(1, 2, -1)$ ,  $\vec{AB} = \vec{u}$ ,  $\vec{AD} = \vec{v}$  και  $\vec{AA'} = \vec{w}$ . Βρείτε τις συντεταγμένες όλων των υπολοίπων κορυφών.



8. Οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου  $ABC$  στο διπλανό σχήμα είναι  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(0, 3, 3)$ ,  $C(-1, -1, 1)$ . Το σημείο  $D$  χωρίζει την πλευρά  $BC$  σε λόγο  $7 : 3$ , ενώ η  $CE$  είναι παράλληλη προς την  $AB$ . Υπολογίστε τις συντεταγμένες του  $E$ , αφού πρώτα υπολογίσετε τις συντεταγμένες του  $D$ .

