

## Δ' Εργασία

Παραδοτέα στη συνάντηση της εβδομάδας 11/11-15/11.

1. Αν  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  είναι διανύσματα, αποδείξτε ότι η παράσταση  $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \vec{w}$  είναι *a-νοησία*, ως εξής: Αν είχε νόημα, δεν θα έπρεπε αυτή η παράσταση να ισούται με την  $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$  και, συγχρόνως, με την  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w})$ ; Δείξτε, όμως, με παράδειγμα, ότι αυτό δεν είναι αληθές.
2. Αν  $\vec{u}, \vec{v}$  είναι διανύσματα και  $\kappa, \lambda, \mu$  πραγματικοί αριθμοί, τοποθετήστε κατάλληλα τρία ζεύγη ( ) στην παράσταση

$$\kappa \cdot \vec{u} \cdot \lambda \cdot \mu \cdot \vec{v}$$

ώστε αυτή να αποκτήσει νόημα. Μετά, διευκρινίστε τι σημαίνει καθένα από τα «·»: αριθμό επί αριθμό, αριθμό επί διάνυσμα, ή εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων;

3. Έστω ότι η εξίσωση μιας καμπύλης σ' ένα σύστημα αξόνων  $XOY$  είναι

$$2X^2 - 2Y^2 - 4\sqrt{3}XY - 8\sqrt{3}X + 8Y + 15 = 0. \quad (1)$$

Θεωρήστε ότι οι άξονες στρέφονται κατά γωνία  $\pi/3$  rad και η αρχή τους μεταφέρεται στο σημείο  $O'$ , που έχει συντεταγμένες  $(\sqrt{3}, -1)$  ως προς το σύστημα  $XOY$ . Προκύπτει έτσι ένα νέο σύστημα αξόνων  $xO'y$ . Αποδείξτε ότι, η παραπάνω καμπύλη έχει εξίσωση, ως προς το σύστημα  $xO'y$ , πολύ απλούστερη και, συγκεκριμένα,

$$4x^2 - 4y^2 = -1. \quad (2)$$

Υπόδειξη: Έστω ότι  $(X, Y)$  είναι οι συντεταγμένες στο σύστημα  $XOY$  του τυχόντος σημείου της καμπύλης με εξίσωση (1). Το ίδιο σημείο έχει συντεταγμένες, έστω,  $(x, y)$  στο σύστημα  $xO'y$ . Εκφράστε καθένα από τα  $X, Y$  συναρτήσει των  $x, y$  και αντικαταστήστε στην (1).

**Προειδοποίηση!** Πρέπει να κάνετε, **με προσοχή**, πράξεις μέτριας δυσκολίας. **Απαιτείται να τις κάνετε σωστά**, μέχρι να βρείτε το αποτέλεσμα (2).