

ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ἐξετάσεις Ἰανουαρίου 2001

Καθηγητὴς Ν.Γ. Τζανάκης

16 Ἰανουαρίου 2001

Προσοχή! Ἀπὸ τὶς ἀσκήσεις 1,2,3 μπορεῖτε νὰ γράψετε τὸ πολὺ δύο.

- (α') Τὰ 13 γράμματα τῆς λέξης ΚΑΤΑΡΡΑΚΤΩΔΩΣ γράφονται σὲ χωριστὲς ὁμοίομορφες ταμπελίτσες. Πόσες διαφορετικὲς 'λέξεις' (ἔστω καὶ χωρὶς νόημα) μποροῦμε νὰ φτιάξουμε μὲ αὐτὲς τὶς ταμπελίτσες ; μον. 1

(β') Χρησιμοποιώντας τὰ γράμματα τ,ω,ρ,α (ὅλα ἢ μόνο κάποια ἀπὸ αὐτά), πόσες 'λέξεις' (ἔστω καὶ χωρὶς νόημα) τῶν πέντε γραμμάτων μποροῦμε νὰ φτιάξουμε ; Ἐπαναλήψεις ἐπιτρέπονται. μον. 0.5
- Ἔχομε πέντε βιβλία ἑλληνικά, τρία γαλλικά καὶ ἕξι γερμανικά . Μὲ πόσους τρόπους μποροῦμε νὰ τὰ τοποθετήσουμε στὸ ράφι, ἔτσι ὥστε:

(α') Νὰ βρίσκονται μὲ ὁποιαδήποτε διάταξη. μον. 0.5

(β') Νὰ εἶναι τὰ βιβλία τῆς ἴδιας γλώσσας μαζί ; μον. 1
- Γιὰ τὴν πρόσληψη δασκάλου ἀγγλικῶν, ἕνα φροντιστήριο ἀπαιτεῖ ἕνα, **τουλάχιστον**, ἀπὸ τὰ ἑξῆς: (Π1) Πτυχίο Ἀγγλικῆς Φιλολογίας, (Π2) *Proficiency*, (Π3) Πτυχίο ἀγγλόφωνου Πανεπιστημίου. Κάνουν αἰτήσεις 17 ἄτομα. Στὴν ἐρώτηση γιὰ πτυχίο τύπου Π1, ἀπαντοῦν καταφατικὰ 10, γιὰ πτυχίο τύπου Π2, ἀπαντοῦν καταφατικὰ 8, ἐνῶ στὴν ἐρώτηση γιὰ πτυχίο τύπου Π3, ἀπαντοῦν καταφατικὰ 11. Στὶς 'πιὸ σφικτὲς' ἐρωτήσεις γιὰ πτυχία Π1 **καὶ** Π2, Π2 **καὶ** Π3, Π1 **καὶ** Π3 ἀπαντοῦν καταφατικὰ 6,7 καὶ 5 ἄτομα, ἀντιστοίχως. Μὲ βάση αὐτὲς τὶς πληροφορίες, συμπεράνετε πόσα ἄτομα, τὸ πολὺ, ἔχουν καὶ τῶν τριῶν τύπων πτυχία. μον. 1.5
- Σὲ ἕνα χάρτη διαστάσεων $40\text{cm} \times 15\text{cm}$ ἀπεικονίζεται, ὑπὸ κλίμακα 1:100000, μία περιοχὴ στὴν ὁποία βρίσκονται περισσότεροι ἀπὸ 50 οἰκισμοί. Ἀποδείξτε ὅτι, τουλάχιστον δύο ἀπὸ αὐτοὺς τοὺς οἰκισμοὺς ἀπέχουν μεταξύ τους, τὸ πολὺ, 5 χιλιόμετρα. Ὑπόδειξη: Φαντασθεῖτε τὸν χάρτη χωρισμένο σὲ παραλληλόγραμμα $4\text{cm} \times 3\text{cm}$. μον. 1

5. Στο διπλανό γράφημα υπολογίστε διαδρομή με άρχή την κορυφή a και πέρας τη z , ελάχιστου μήκους. Ο υπολογισμός να γίνει, αποκλειστικά, με τον αλγόριθμο του Dijkstra.
μον. 1
6. Αιτιολογήστε γιατί το διπλανό γράφημα δεν μπορεί να γίνει με μονοκονδυλιά. Προσθέστε όσο το δυνατόν λιγώτερες άκμες για να πετύχετε γράφημα-μονοκονδυλιά.
μον. 1
7. Έστω G συνεκτικό γράφημα και e μία άκμή του, η οποία δεν περιέχεται σε κανένα κύκλωμα του G . Δείξτε ότι η e είναι ισθμός.
μον. 1
8. Υπολογίστε τον τύπο της αναδρομικής ακολουθίας a_n , $n = 0, 1, 2, \dots$, με $a_0 = -1$, $a_1 = -4$ και $a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2} = 6(-1)^n$.
μον. 1.5
9. Σε ένα πυρηνικό αντιδραστήρα υπάρχουν σωματίδια α και β . Σε κάθε δευτερόλεπτο, ένα σωματίδιο α διασπάται σε τρία σωματίδια β και κάθε σωματίδιο β διασπάται σε ένα σωματίδιο α και δύο σωματίδια β . Τη χρονική στιγμή 0 υπάρχει μέσα στον αντιδραστήρα μόνο ένα σωματίδιο α . Πόσα σωματίδια θα υπάρχουν στον αντιδραστήρα ύστερα από 100 δευτερόλεπτα ;
μον. 2
10. Έστω U ο αλγόριθμος συγχωνεύσεως άρτίων-περιττών και B ο αλγόριθμος, πάνω στον οποίο στηρίζεται ο U . Υποθέστε ότι ο U δουλεύει αυτόματα για λίστες των 8 αριθμών και ο B δουλεύει αυτόματα για δύο ταξινομημένες λίστες των 4 αριθμών. Δείξτε τα διαδοχικά βήματα που θα γίνουν για την ταξινόμηση της λίστας

7 11 16 28 32 19 40 34 13 5 26 43 17 30 12 38

μον. 1

Σημείωση επί της βαθμολογίας: Άριστα: 10 - Βάση: 5

Καλή έπιτυχία!