

Ευκλείδεια Γεωμετρία

Φθινοπωρινό Έξάμηνο 2010

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Α' Έξεταστική Περίοδος

3-2-2011

Έκτος από το όνομα και τον ΑΜ σας, στην κόλλα σας θα γράψετε **όπωςδήποτε** και το γράμμα **A**. Μαζί με το γραπτό σας **θα παραδώσετε και το φύλλο των ερωτήσεων**.

1. Σε τρίγωνο ABC φέρουμε τη διάμεσο AM και έστω D το μέσο της. Φέρουμε και τη BD , της οποίας η προέκταση τέμνει την AC στο E . Αποδείξτε ότι $EC = 2 \cdot AE$.
Υπόδειξη: Από το M φέρετε μία παράλληλη προς AE μον. 1.5
2. Έστω τρίγωνο ABC . Σχεδιάστε την ευθεία Euler και τον κύκλο Euler αυτού του τριγώνου και διατυπώστε τα σχετικά θεωρήματα, κάνοντας χρήση **άποκλειστικά** των έξι γραμμάτων για την ονομασία των σημείων του σχήματός σας (εκτός των A, B, C): $D, E, H, I, K, L, N, R, S, P, U, V$. μον. 1.5
3. Σε τρίγωνο ABC θεωρούμε το σημείο A' επί της πλευράς BC , για το οποίο $A'B/A'C = 2/5$ και το σημείο B' επί της πλευράς AC , για το οποίο $B'A/B'C = 1/3$. Έστω O το σημείο τομής των AA' και BB' και έστω ότι η ευθεία CO τέμνει την πλευρά AB στο C' . Αν το μήκος του εύθυγράμμου τμήματος $C'B$ είναι 3, ποιο είναι το μήκος του $C'A$; μον. 1
4. Έστω εύθυγραμμο τμήμα AB . Περιγράψτε με ακρίβεια τον γεωμετρικό τόπο των σημείων P του επιπέδου, για τα οποία ισχύει $PA/PB = 1/2$. Περιγράψτε τη γεωμετρική κατασκευή αυτού του γεωμετρικού τόπου. μον. 1
5. Σε τρίγωνο DEF , τα μήκη των πλευρών του είναι ως εξής: $DE = 2, EF = 4, FD = 3$. Ποιο είναι το μήκος της διαμέσου DM ; Περιγράψτε τη γεωμετρική κατασκευή αυτού του μήκους, όταν είναι γνωστό το μοναδιαίο μήκος. μον. 1
6. Περιγράψτε την κατασκευή του εύθυγράμμου τμήματος $\sqrt{a \cdot b + c^2}$, όπου τα a, b, c είναι δεδομένα εύθυγραμμα τμήματα. μον. 1

(συνέχεια πίσω)

7. Ένα ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABCD$ ἔχει μήκη πλευρῶν $AB = 2a$, $BC = a$ καὶ εἶναι ἐγγεγραμμένο σὲ κύκλο. Ἐστω E τὸ μέσο τῆς CD . Φέρομε τὴν AE , ἡ ὁποία, προεκτεινόμενη, τέμνει τὸν κύκλο σὸ σημεῖο F . Ὑπολογίστε τὰ μήκη τῶν AE καὶ EF συναρτήσῃ τοῦ a καὶ ἀποδείξτε ὅτι τὸ EF εἶναι τὸ μισὸ τοῦ AE . μον. 1.5
 Ὑπόδειξη. Ἡ δύναμη σημείου ὡς πρὸς κύκλο θὰ σᾶς βοηθήσει.
8. Σ' αὐτὴ τὴν ἄσκηση θεωροῦμε ὅτι μᾶς ἔχει δοθεῖ τὸ μοναδιαῖο μῆκος καὶ κάποια γωνία ϕ . Περιγράψτε τὴν κατασκευὴ τριγώνου ABC , τὸ ὁποῖο ἱκανοποιεῖ τὶς ἐξῆς συνθήκες: (1) $BC = 3$, (2) $AC^2 - AB^2 = 4$ καὶ (3) $\angle B = \phi$. μον. 1.5
9. Ἐστω κύκλος C καὶ σημεῖο A σὸ ἐξωτερικὸ του. Ἀπὸ τὸ A φέρομε μίαν εὐθεῖαν, ποὺ τέμνει τὸν C σὰ σημεῖα B καὶ C (τὸ B μεταξὺ τῶν A, C) καὶ μίαν ἐφαπτομένην AD τοῦ C (D τὸ σημεῖο ἐπαφῆς). Τέλος, φέρομε τὴ διχοτόμο τῆς γωνίας $\angle CAD$, ἡ ὁποία τέμνει τὶς χορδὰς BD καὶ CD σὰ σημεῖα E καὶ F , ἀντιστοίχως. Ἀποδείξτε ὅτι $EB/ED = FD/FC$. μον. 1.5

Σύνολο μονάδων 11.5. Ἄριστα: 10 μονάδες. Βάση: 5 μονάδες.

Καλὴ Ἐπιτυχία!