

Ευκλείδεια Γεωμετρία

Φθινοπωρινό Έξάμηνο 2010

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Α' Έξεταστική Περίοδος

3-2-2011

Έκτος από το όνομα και τον AM σας, στην κόλλα σας θα γράψετε **ό-
πωσδήποτε** και το γράμμα **Γ**. Μαζί με το γραπτό σας **θα παραδώσετε
και το φύλλο των ερωτήσεων.**

1. Σε τρίγωνο ABC φέρουμε τη διάμεσο AN και έστω M το μέσο της. Φέρουμε και τη CM , της οποίας η προέκταση τέμνει την AB στο E . Αποδείξτε ότι $BE = 2 \cdot AE$.
Υπόδειξη: Από το N φέρετε μία παράλληλη προς AE . μον. 1.5
2. Έστω τρίγωνο ABC . Σχεδιάστε την ευθεία Euler και τον κύκλο Euler αυτού του τριγώνου και διατυπώστε τα σχετικά θεωρήματα, κάνοντας χρήση **άποκλειστικά** των έξης γραμμάτων για την ονομασία των σημείων του σχήματός σας (έκτος των A, B, C): $F, H, K, M, Q, R, T, U, W, X, Y, Z$. μον. 1.5
3. Σε τρίγωνο ABC θεωρούμε το σημείο C' επί της πλευράς AB , για το οποίο $C'A/C'B = 3/4$ και το σημείο A' επί της πλευράς BC , για το οποίο $A'B/A'C = 4/5$. Έστω O το σημείο τομής των CC' και AA' και έστω ότι η ευθεία BO τέμνει την πλευρά AC στο B' . Αν το μήκος του εύθυγράμμου τμήματος $B'A$ είναι 3, ποιο είναι το μήκος του $B'C$; μον. 1
4. Έστω εύθύγραμμο τμήμα PQ . Περιγράψτε με ακρίβεια τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, για τα οποία ισχύει $MP/MQ = 2/5$. Περιγράψτε τη γεωμετρική κατασκευή αυτού του γεωμετρικού τόπου. μον. 1
5. Σε τρίγωνο PQR , τα μήκη των πλευρών του είναι ως έξης: $PQ = 3, QR = 5, RP = 6$. Ποιο είναι το μήκος της διαμέσου PM ; Περιγράψτε τη γεωμετρική κατασκευή αυτού του μήκους, όταν είναι γνωστό το μοναδιαίο μήκος. μον. 1
6. Περιγράψτε την κατασκευή του εύθυγράμμου τμήματος $\sqrt{a \cdot b + c \cdot d}$, όπου τα a, b, c, d είναι δεδομένα εύθύγραμμα τμήματα. μον. 1

(συνέχεια πίσω)

7. Ένα ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABCD$ ἔχει μήκη πλευρῶν $AB = 2a$, $BC = 3a$ καὶ εἶναι ἐγγεγραμμένο σὲ κύκλο. Ἐστω F τὸ μέσο τῆς CD . Φέρομε τὴν AF , ἡ ὁποία, προεκτεινόμενη, τέμνει τὸν κύκλο σὲ σημεῖο E . Ὑπολογίστε τὰ μήκη τῶν AF καὶ EF συναρτήσει τοῦ a καὶ ἀποδείξτε ὅτι $EF = AF/10$. μον. 1.5
 Ὑπόδειξη. Ἡ δύναμη σημείου ὡς πρὸς κύκλο θὰ σᾶς βοηθήσει.
8. Σ' αὐτὴ τὴν ἄσκηση θεωροῦμε ὅτι μᾶς ἔχει δοθεῖ τὸ μοναδιαῖο μῆκος καὶ μία γωνία θ . Περιγράψτε τὴν κατασκευὴ τριγώνου ABC , τὸ ὁποῖο ικανοποιεῖ τὶς ἑξῆς συνθήκες: (1) $BC = 6$, (2) $AC^2 - AB^2 = 18$ καὶ (3) $\angle C = \theta$. μον. 1.5
9. Ἐστω κύκλος C καὶ σημεῖο P σὲ τὸ ἐξωτερικὸ του. Ἀπὸ τὸ P φέρομε μία εὐθεῖα, ποὺ τέμνει τὸν C σὲ σημεῖα A καὶ B (τὸ A μεταξὺ τῶν P, B) καὶ μία ἐφαπτομένη PT τοῦ C (T τὸ σημεῖο ἐπαφῆς). Τέλος, φέρομε τὴ διχοτόμο τῆς γωνίας $\angle BPT$, ἡ ὁποία τέμνει τὶς χορδὲς AT καὶ BT σὲ σημεῖα C καὶ D , ἀντιστοίχως. Ἀποδείξτε ὅτι $CA/CT = DT/DB$. μον. 1.5

Σύνολο μονάδων 11.5. Ἄριστα: 10 μονάδες. Βάση: 5 μονάδες.

Καλὴ Ἐπιτυχία!