

Ευκλείδεια Γεωμετρία

Φθινοπωρινό Έξάμηνο 2010

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Α' Έξεταστική Περίοδος

3-2-2011

Έκτος από το όνομα και τον ΑΜ σας, στην κόλλα σας θα γράψετε **όπωςδήποτε** και το γράμμα **Δ**. Μαζί με το γραπτό σας **θα παραδώσετε και το φύλλο των ερωτήσεων**.

1. Σε τρίγωνο ABC φέρουμε τη διάμεσο CK και έστω M το μέσο της. Φέρουμε και τη AM , της οποίας η προέκταση τέμνει την BC στο E . Αποδείξτε ότι $BE = 2 \cdot CE$.
Υπόδειξη: Από το K φέρετε μία παράλληλη προς AM . μον. 1.5
2. Έστω τρίγωνο ABC . Σχεδιάστε την ευθεία Euler και τον κύκλο Euler αυτού του τριγώνου και διατυπώστε τα σχετικά θεωρήματα, κάνοντας χρήση **άποκλειστικά** των έξης γραμμάτων για την ονομασία των σημείων του σχήματός σας (έκτος των A, B, C): $E, G, I, L, M, O, R, S, U, W, Y, Z$. μον. 1.5
3. Σε τρίγωνο ABC έστω σημείο A' επί της πλευράς BC , τέτοιο ώστε το $A'B = 3 \cdot A'C$ και σημείο B' επί της πλευράς AC , τέτοιο ώστε το $B'A = 6 \cdot B'C$. Έστω O το σημείο τομής των AA' και BB' και έστω ότι η ευθεία CO τέμνει την πλευρά AB στο C' . Ποιά είναι η σχέση των μηκών $C'A$ και $C'B$; μον. 1
4. Έστω ευθύγραμμο τμήμα QU . Περιγράψτε με ακρίβεια τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, για τα όποια ισχύει $MQ/MU = 4$. Περιγράψτε τη γεωμετρική κατασκευή αυτού του γεωμετρικού τόπου. μον. 1
5. Σε τρίγωνο XYZ , τα μήκη των πλευρών του είναι ως έξης: $XY = 2, YZ = 5, ZX = 4$. Ποιά είναι το μήκος της διαμέσου XM ; Περιγράψτε τη γεωμετρική κατασκευή αυτού του μήκους, όταν είναι γνωστό το μοναδιαίο μήκος. μον. 1
6. Περιγράψτε την κατασκευή του ευθυγράμμου τμήματος $\sqrt{a \cdot b - c^2}$, όπου τα a, b, c είναι δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα, τέτοια ώστε $c^2 < a \cdot b$. μον. 1

(συνέχεια πίσω)

7. Ένα ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABCD$ ἔχει μήκη πλευρῶν $AB = 4a$, $BC = 3a$ καὶ εἶναι ἐγγεγραμμένο σὲ κύκλο. Ἐστω N τὸ μέσο τῆς CD . Φέρομε τὴν BN , ἢ ὁποία, προεκτεινόμενη, τέμνει τὸν κύκλο στὸ σημεῖο L . Ὑπολογίστε τὰ μήκη τῶν BN καὶ NL συναρτήσει τοῦ a καὶ ἀποδείξτε ὅτι $NL = \frac{4}{13}NB$. μον. 1.5
 Ὑπόδειξη. Ἡ δύναμη σημείου ὡς πρὸς κύκλο θὰ σᾶς βοηθήσει.
8. Σ' αὐτὴ τὴν ἄσκηση θεωροῦμε ὅτι μᾶς ἔχει δοθεῖ τὸ μοναδιαῖο μῆκος καὶ ἓνα μῆκος μ . Περιγράψτε τὴν κατασκευὴ τριγώνου XYZ , τὸ ὁποῖο ἱκανοποιεῖ τὶς ἑξῆς συνθήκες: (1) $YZ = 5$, (2) $XZ^2 - XY^2 = 15$ καὶ (3) Ἡ διάμεσος ἀπὸ τὴν κορυφὴ X ἔχει μῆκος μ . μον. 1.5
9. Ἐστω κύκλος C καὶ σημεῖο M στὸ ἐξωτερικὸ του. Ἀπὸ τὸ M φέρομε δύο εὐθεῖες, πού τέμνουν τὸν C , ἡ πρώτη στὰ σημεῖα P καὶ Q (τὸ P μεταξὺ τῶν M, Q) καὶ ἡ δευτέρη στὰ σημεῖα R καὶ S (τὸ R μεταξὺ τῶν M, S). Τέλος, φέρομε τὴ διχοτόμο τῆς γωνίας $\angle QMS$, ἢ ὁποία τέμνει τὶς χορδὲς PR καὶ QS στὰ σημεῖα A καὶ B , ἀντιστοίχως. Ἀποδείξτε ὅτι $AP/AR = BS/BQ$. μον. 1.5

Σύνολο μονάδων 11.5. Ἄριστα: 10 μονάδες. Βάση: 5 μονάδες.

Καλὴ Ἐπιτυχία!