

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ,
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ,
ΗΡΑΚΛΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Άσκηση 9.1. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 2 u_{xx} + 2 \left(1 - \frac{2x}{\pi}\right) \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, \pi), \\ u(t, 0) &= u(t, \pi) = 0 \quad \forall t > 0, \\ u(0, x) &= \sin(x), \quad u_t(0, x) = \sin(x) \quad \forall x \in [0, \pi]. \end{aligned}$$

Άσκηση 9.2. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 4 u_{xx} + \frac{2x}{\pi} \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, \pi), \\ u(t, 0) &= u(t, \pi) = t^2 \quad \forall t > 0, \\ u(0, x) &= \sin(2x), \quad u_t(0, x) = \sin(3x) \quad \forall x \in [0, \pi]. \end{aligned}$$

Άσκηση 9.3. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 9 u_{xx} - u + x \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, 1), \\ u_x(t, 0) &= u_x(t, 1) = 0 \quad \forall t > 0, \\ u_t(0, x) &= g(x) \quad \forall x \in [0, 1], \\ u(0, x) &= 1 \quad \forall x \in [0, 1], \end{aligned}$$

όπου

$$g(x) := \begin{cases} 0, & x \in [0, \frac{1}{4}] \cup [\frac{3}{4}, 1], \\ \sin(4\pi x), & x \in (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}), \end{cases} \quad \forall x \in [0, 1].$$

Άσκηση 9.4. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} + 2 \sin(\pi x) \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, 1), \\ u_x(t, 0) &= u_x(t, 1) = 0 \quad \forall t > 0, \\ u_t(0, x) &= 0 \quad \forall x \in [0, 1], \\ u(0, x) &= 0 \quad \forall x \in [0, 1]. \end{aligned}$$

Άσκηση 9.5. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= \frac{1}{2} \sin(x) \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, \pi), \\ u(t, 0) &= u(t, \pi) = 0 \quad \forall t > 0, \\ u(0, x) &= \sin(x) + \sin(2x), \quad u_t(0, x) = \sin(2x) + \sin(3x) \quad \forall x \in [0, \pi]. \end{aligned}$$

Άσκηση 9.6. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} + u_t + tx \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, \pi), \\ u_x(t, 0) &= 0, \quad u_x(t, \pi) = 0 \quad \forall t > 0, \\ u(0, x) &= \cos(x), \quad u_t(0, x) = 0 \quad \forall x \in [0, \pi]. \end{aligned}$$

Άσκηση 9.7. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + x \quad \forall t > 0, \forall x \in (0, 1), \\u(t, 0) &= 0, \quad u_x(t, 1) = 0 \quad \forall t > 0, \\u(0, x) &= \cos(\pi x) - 1 \quad \forall x \in [0, 1].\end{aligned}$$

Γ. Ζουράρης